BnF Gallica

Exposition du système du monde / , par Pierre-Simon Laplace,... Tome premier [-second]

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

BnF Gallica

Laplace / Pierre-Simon de / 1749-1827 / 0070. Exposition du système du monde / , par Pierre-Simon Laplace,... Tome premier [-second]. 1796.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :
- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

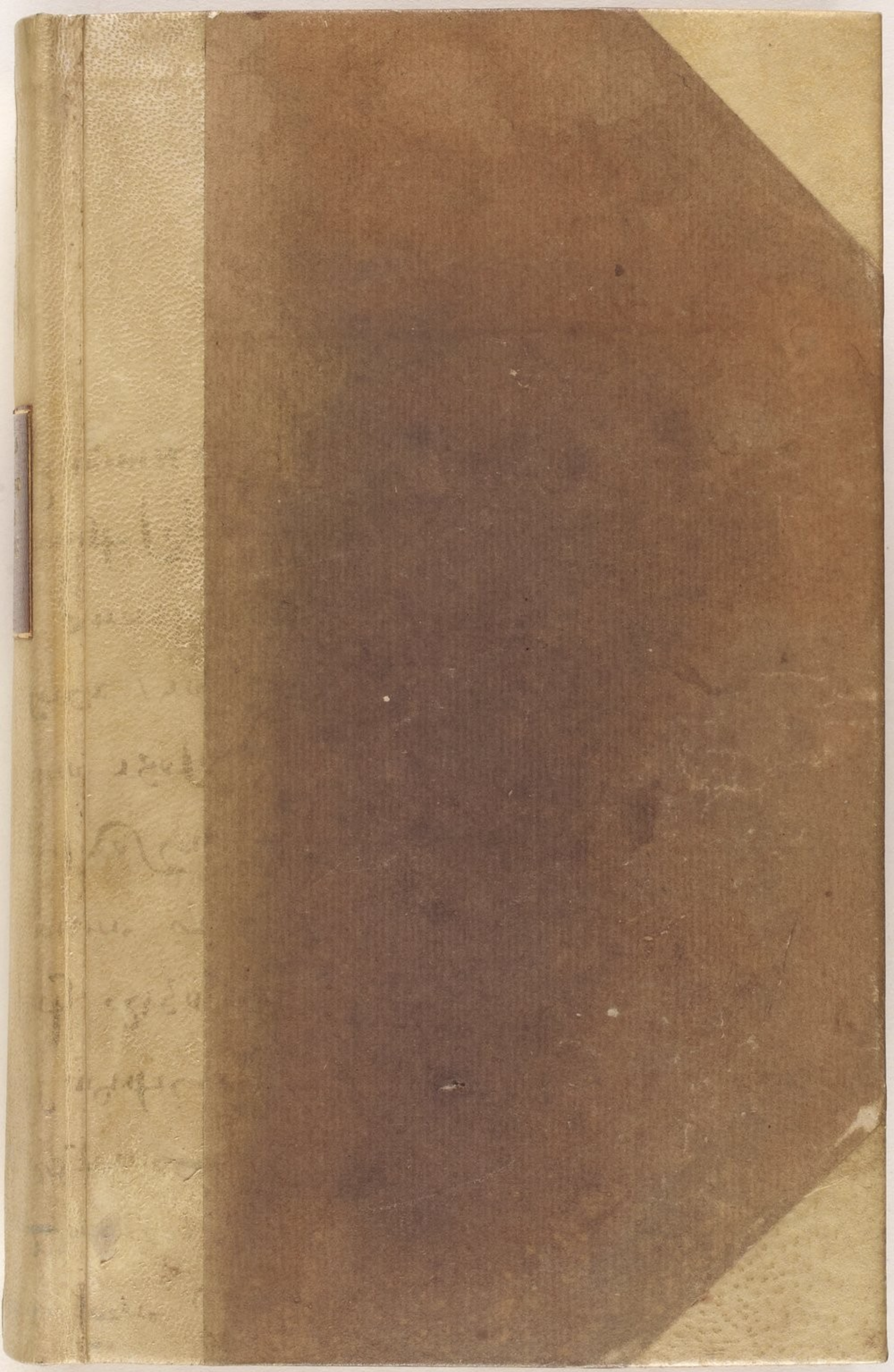
- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter
utilisationcommerciale@bnf.fr.



Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

2e inv. 4

4.000 (47) éd. originale.

2 tomes en 1 vol.

LAPLACE (Pierre-Simon). Exposition du système du monde. *Paris, Impr. du Cercle Social*, An IV [1795-96], 2 tomes en 1 vol. in-8, [redacted].

Edition originale très rare de cet ouvrage célèbre qui contient, exposée pour la première fois, la fameuse **hypothèse de la nébuleuse.** On y trouve aussi un exposé de **l'histoire de l'astronomie,** *classé, d'un sentiment unanime, parmi les beaux monuments de la langue française* (Arago).

cartonn. t.doré deux vélins à coins.

[redacted]

B.S.7

N 29.130

8° V. 57 th 11
(1)

les feuillets T4 et T5 (p. 295-298)
de chacun des deux tomes ont été
~~ont~~ echangés à la reliure.

AC. (3.X.86)

Rés. p. V. 643
(1) (2)

Ed. orig.

EXPOSITION

DU SYSTÈME

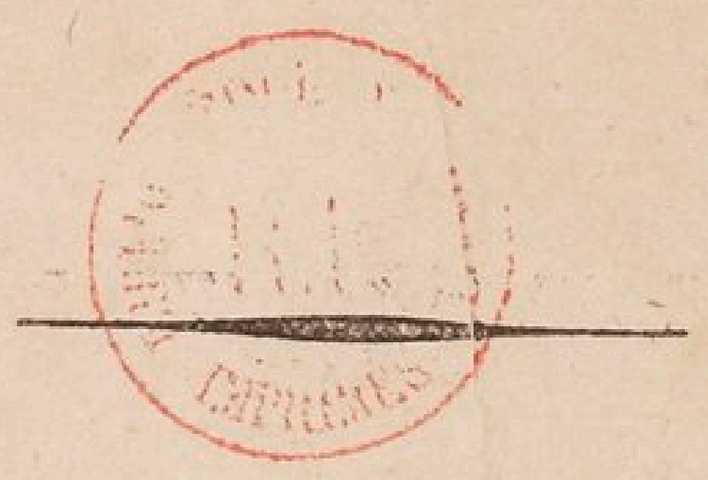
DU MONDE.

EXPOSITION

DU SYSTÊME DU MONDE,

PAR PIERRE-SIMON LAPLACE,
de l'Institut National de France, et
du Bureau des Longitudes.

TOME PREMIER.



A PARIS,

De l'Imprimerie du CERCLE-SOCIAL, rue du Théâtre Français, N°. 4.

L'AN IV DE LA RÉPUBLIQUE FRANÇAISE.

BIBLIOTHÈQUE NATIONALE
IMPRIMÉS
R. F.

RÉSERVE
V.E
302827

AVERTISSEMENT.

J'adopterai dans cet ouvrage, la division du quart de cercle, en cent degrés, du degré, en cent minutes, de la minute, en cent secondes, etc. J'adopterai pareillement, la division du jour, en dix heures, de l'heure en cent minutes, de la minute en cent secondes, etc. Le thermomètre auquel je rapporterai les températures, est le thermomètre à mercure, divisé en cent degrés, depuis la température de la glace fondante, jusqu'à la température de l'eau bouillante sous une pression équivalente au poids d'une colonne de mercure, de deux pieds et un tiers de hauteur. Enfin,

je rapporterai toutes les mesures li-
néaires, au pied, ou à la sixième
partie de la toise de fer, qui a servi
à la mesure de la terre, au Pérou,
cette toise étant supposée à la tem-
pérature de seize degrés du thermo-
mètre précédent.

EXPOSITION
DU SYSTÊME
DU MONDE.

Me vero primùm dulces ante omnia Musæ
Quarum sacra fero, ingenti perculsus amore,
Accipiant, cælique vias et sydera monstrent.
VIRGIL, lib. II. Géorg.

De toutes les sciences naturelles, l'astronomie est celle qui présente la plus longue suite de découvertes. Il y a extrêmement loin, de la première vue du ciel, à la vue générale par laquelle on embrasse aujourd'hui, les états passés et futurs du systême du monde. Pour y parvenir, il a fallu observer les astres, pendant un grand nombre de siécles; reconnaître dans leurs apparences, les mouvemens réels de la terre; s'élever aux lois des mouvemens planétaires, et de ces lois, au principe de la pesanteur universelle; redescendre enfin, de ce

principe, à l'explication complète de tous les phénomènes célestes jusques dans leurs moindres détails. Voilà ce que l'esprit humain a fait dans l'astronomie. L'exposition de ces découvertes, et de la manière la plus simple dont elles ont pu naître les unes des autres, aura le double avantage d'offrir un grand ensemble de vérités importantes, et la vraie méthode qu'il faut suivre dans la recherche des lois de la nature. C'est l'objet que je me suis proposé dans cet ouvrage.

LIVRE PREMIER.

Des mouvemens apparens des corps célestes.

CHAPITRE PREMIER.

Du mouvement diurne du Ciel.

Si pendant une belle nuit, et dans un lieu dont l'horison soit à découvert, on suit avec attention, le spectacle du ciel; on le voit varier à chaque instant. Les étoiles s'élèvent ou s'abbaissent sur l'horison; quelques-unes commencent à paraître vers l'Orient; d'autres disparaissent vers l'Occident; plusieurs, telles que l'étoile pôlaire et les étoiles de la grande ourse, n'atteignent jamais l'horison. Dans ces mouvemens divers, elles ne changent point de position respective: elles décrivent des cercles d'autant plus petits, qu'elles

sont plus près d'un point que l'on conçoit immobile. Ainsi, le ciel paraît tourner sur deux points fixes, nommés par cette raison, *pôles du monde*; et dans ce mouvement, il emporte le systême entier des astres. Le pôle élevé sur notre horison, est le pôle *boréal* ou *septentrional*. Le pôle opposé, que l'on imagine au-dessous de l'horison, se nomme pôle *austral* ou *méridional*.

Déjà, plusieurs questions intéressantes se présentent à resoudre: que deviennent pendant le jour, les astres que nous voyons durant la nuit? D'où viennent ceux qui commencent à paraître? Où vont ceux qui disparaissent? L'examen attentif des phénomènes fournit des réponses simples à ces questions. Le matin, la lumière des étoiles s'affaiblit à mesure que l'aurore augmente; le soir, elles deviennent plus brillantes à mesure que le crépuscule diminue; ce n'est donc point parce qu'elles cessent de luire, mais parce qu'elles sont effacées par la vive lumière des crépuscules et du soleil, que nous cessons de les appercevoir. L'heureuse invention du telescope nous a mis à portée de vérifier cette explication, en nous faisant voir les étoiles au

moment même où le soleil est le plus élevé. Celles qui sont assez près du pôle, pour ne jamais atteindre l'horison, paraissent constamment au-dessus. Quant aux étoiles qui commencent à se montrer à l'Orient, pour disparaître à l'Occident; il est naturel de penser qu'elles continuent de décrire sous l'horison, le cercle qu'elles ont commencé à parcourir au-dessus, et dont l'horison nous cache la partie inférieure. Cette vérité devient sensible, quand on s'avance vers le nord; les cercles des étoiles situées vers cette partie du monde, se dégagent de plus en plus de dessous l'horison; ces étoiles cessent enfin de disparaître, tandis que d'autres étoiles situées au midi, deviennent pour toujours invisibles. On observe le contraire, en s'avançant vers le midi; des étoiles qui demeuraient constamment sur l'horison, se lèvent et se couchent alternativement, et de nouvelles étoiles, auparavant invisibles, commencent à paraître. La surface de la terre n'est donc pas ce qu'elle nous semble, un plan sur lequel le ciel s'appuye sous la forme d'une voûte surbaissée. C'est une illusion que les premiers observateurs ne tardèrent pas à rectifier par

des considérations analogues aux précédentes ; ils reconnurent bientôt que le ciel enveloppe de tous côtés, la terre, et que les étoiles y brillent sans cesse, en décrivant, chaque jour, leurs différens cercles. On verra dans la suite, l'astronomie souvent occupée à corriger de semblables illusions, et à démêler la réalité des objets, dans leurs trompeuses apparences.

Pour se former une idée précise du mouvement des astres ; on conçoit par le centre de la terre, et par les deux pôles du monde, une droite que l'on nomme *axe du monde*, et autour de laquelle tourne la sphère céleste. Le grand cercle de cette sphère, perpendiculaire à cet axe, s'appelle *équateur*. Les petits cercles que les étoiles décrivent parallèlement à l'équateur, en vertu de leur mouvement diurne, se nomment simplement *parallèles* ; le *zénith* d'un observateur, est le point du ciel, que sa verticale va rencontrer ; le *nadir* est le point directement opposé. Le grand cercle qui passe par le zénith et par les pôles, est le *méridien* ; il partage en deux également, l'arc décrit par les étoiles sur l'horison, et lorsqu'elles l'atteignent, elles sont à leur plus grande ou à leur plus petite hauteur. Enfin,

l'*horison* est le grand cercle perpendiculaire à la verticale, ou parallèle au plan qui touche la surface de l'eau stagnante dans le lieu de l'observateur.

La hauteur du pôle tient le milieu entre la plus grande et la plus petite hauteur d'une de ces étoiles qui ne se couchent jamais, ce qui donne un moyen facile de la déterminer; or, en s'avançant directement vers le pôle, on le voit s'élever à fort peu près proportionnellement à l'espace parcouru: la surface de la terre est donc convexe, et sa figure est peu différente d'une sphère. La courbure du globe terrestre est sensible à la surface des mers; le navigateur, en approchant des côtes, apperçoit d'abord leurs points les plus élevés, et découvre ensuite successivement, les parties inférieures que lui dérobait la convexité de la terre. C'est encore à raison de cette courbure, que le soleil à son lever, dore le sommet des montagnes, avant que d'éclairer les plaines.

CHAPITRE II.

Du Soleil et de son mouvement propre.

Tous les astres participent au mouvement diurne de la sphère céleste ; mais plusieurs ont des mouvemens propres qu'il est intéressant de suivre, parce qu'ils peuvent seuls, nous conduire à la connaissance du systême du monde. De même que pour mesurer l'éloignement d'un objet, on l'observe de deux positions différentes ; ainsi, pour découvrir les lois de la nature, il faut la considérer sous divers points de vue, et observer le développement de ces lois, dans les changemens du spectacle qu'elle nous présente. Sur la terre, nous faisons varier les phénomènes, par des expériences ; dans le ciel, nous déterminons avec soin, tous ceux que nous offrent les mouvemens célestes. En interrogeant ainsi la nature, et en soumettant ses réponses à l'analyse ; nous pouvons, par une suite de raisonnemens et d'inductions bien ménagées, nous élever aux causes des phénomènes, c'est-à-dire, les ramener à des lo-

générales dont tous les phénomènes particuliers dérivent. C'est à découvrir ces lois, et à les réduire au plus petit nombre possible, que doivent tendre nos efforts ; car les causes premières et la nature intime des êtres, nous seront éternellement inconnues.

De tous les astres qui nous paraissent avoir des mouvemens particuliers, le plus remarquable est le soleil. Son mouvement propre, dirigé en sens contraire du mouvement diurne, ou d'occident en orient, se reconnaît facilement par le spectacle du ciel pendant les nuits, spectacle qui change et se renouvelle avec les saisons. Les étoiles situées sur la route du soleil, et qui se couchent un peu après lui, se perdent bientôt dans sa lumière, et reparaissent ensuite avant son lever ; le soleil s'avance donc vers elles, en sens contraire de son mouvement diurne. C'est ainsi que l'on a suivi long-tems son mouvement propre ; mais aujourd'hui, ce mouvement se détermine avec une grande précision, en observant, chaque jour, la hauteur méridienne du soleil, et l'intervalle de tems qui s'écoule entre son passage et ceux des étoiles, au méridien. On a ainsi les mouvemens propres du soleil dans le sens du méridien, et

dans le sens des parallèles, et en les composant, leur résultante donne son vrai mouvement. On a trouvé de cette manière, que le soleil se meut dans un orbe qui, au commencement de 1750, était incliné de 26°,0796 à l'équateur, et que l'on a nommé *écliptique*.

C'est de la combinaison du mouvement propre du soleil, avec son mouvement diurne, que résulte la différence des saisons. On appelle *équinoxes*, les points d'intersection de l'écliptique avec l'équateur; en effet, le soleil dans ces deux points, décrivant l'équateur, en vertu de son mouvement diurne, et ce cercle étant partagé en deux parties égales, par tous les horisons, le jour est alors égal à la nuit, sur toute la terre. A mesure que le soleil, en partant de l'équinoxe du printems, s'avance dans son orbe, ses hauteurs méridiennes sur notre horison, croissent de plus en plus; l'arc visible des parallèles qu'il décrit, chaque jour, augmente sans cesse, et fait croître la durée des jours, jusqu'à ce que le soleil parvienne à sa plus grande hauteur. A cette époque, le jour est le plus long de l'année, et comme, vers le *maximum*, les variations de la hauteur méridienne du soleil sont insensibles, le soleil,

à ne considérer que cette hauteur de laquelle dépend la durée du jour, paraît stationnaire; ce qui a fait nommer *solstice* d'été, ce point du *maximum*. Le parallèle que le soleil décrit alors, est le *tropique* d'été. Cet astre redescend ensuite vers l'équateur qu'il traverse de nouveau dans l'équinoxe d'automne, et de-là, il parvient à son *minimum* de hauteur, ou au solstice d'hiver. Le parallèle décrit alors par le soleil, est le tropique d'hiver, et le jour est le plus court de l'année. Parvenu à ce terme, le soleil remonte vers l'équateur, et revient à l'équinoxe du printems.

Telle est la marche constante du soleil et des saisons. Le printems est l'intervalle compris entre l'équinoxe du printems et le solstice d'été; l'intervalle de ce solstice à l'équinoxe d'automne, forme l'été; l'intervalle de l'équinoxe d'automne au solstice d'hiver, forme l'automne; enfin, l'hiver est l'intervalle du solstice d'hiver à l'équinoxe du printems.

La présence du soleil sur l'horison, étant la cause de la chaleur, il semble que la température devrait être la même en été qu'au printems, et dans l'hiver qu'en automne. Mais la

température n'est pas un effet instantané de la présence du soleil; elle est le résultat de son action long-tems continuée; elle n'atteint son *maximum*, dans le jour, qu'après la plus grande hauteur de cet astre sur l'horison; elle n'y parvient dans l'année, qu'après la plus grande hauteur solsticiale du soleil.

La différence des hauteurs du pôle dans les divers climats, produit dans les saisons, des variétés remarquables que nous allons suivre de l'équateur aux pôles. A l'équateur, les pôles sont à l'horison qui coupe alors en deux parties égales, tous les parallèles; le jour y est donc constamment égal à la nuit. A midi, le soleil passe au zénith, dans les équinoxes. Les hauteurs méridiennes de cet astre dans les solstices, sont les plus petites et égales au complément de l'inclinaison de l'écliptique à l'équateur. Les ombres solaires ont, dans ces deux positions du soleil, des directions opposées, ce qui n'arrive point dans nos climats où elles sont toujours, à midi, dirigées vers le nord. Il y a donc, à proprement parler, deux hivers et deux étés, chaque année, sous l'équateur. La même chose a lieu dans tous les pays où la hauteur du pôle est moindre que l'obliquité de l'écliptique. Au

de-là, il n'y a plus qu'un hiver et qu'un été dans l'année ; le soleil ne passe jamais au zénith ; le plus long jour de l'été augmente, et le jour le plus court de l'hiver diminue, à mesure que l'on avance vers le pôle ; et lorsque le zénith n'en est éloigné que d'un angle égal à l'obliquité de l'écliptique sur l'équateur, le soleil ne se couche point au solstice d'été ; il ne se lève point au solstice d'hiver. Plus près du pôle encore, le tems de sa présence et celui de son absence sur l'horison vers les solstices, surpassent plusieurs jours et même plusieurs mois ; enfin, sous le pôle, l'horison étant l'équateur même, le soleil est toujours au-dessus, lorsqu'il est du même côté de l'équateur, que le pôle ; il est constamment au-dessous, quand il est de l'autre côté de l'équateur ; il n'y a donc qu'un jour et qu'une nuit dans l'année.

Les intervalles qui séparent les équinoxes et les solstices, ne sont pas égaux ; il s'écoule environ sept jours de plus, de l'équinoxe du printems à celui d'automne, que de ce dernier équinoxe à celui du printems ; le mouvement propre du soleil n'est donc pas uniforme. Des observations précises et multipliées ont fait connaître qu'il est le plus rapide dans un point

de l'orbite solaire, situé vers le solstice d'hiver, et qu'il est le plus lent, dans le point opposé de l'orbite, vers le solstice d'été. Le soleil décrit par jour, $1^{\circ},1327$ dans le premier point, et seulement $1^{\circ},0591$ dans le second; ainsi, pendant le cours de l'année, son mouvement journalier varie en plus et en moins, de trois cent trente-six dix millièmes de sa valeur moyenne.

Pour avoir la loi de cette variation, et généralement celle de toutes les inégalités périodiques; on a considéré que les sinus et les cosinus des angles, redevenant les mêmes à chaque circonférence dont ces angles augmentent, ils sont propres à représenter ces inégalités; on a donc exprimé de cette manière, toutes les inégalités des mouvemens célestes, et l'observation l'ayant confirmée, il n'y a eu de difficulté qu'à démêler ces inégalités entr'elles, et à déterminer les angles dont elles dépendent. On a trouvé ainsi, que la variation de la vîtesse angulaire du soleil, est à fort peu-près proportionnelle au cosinus de la moyenne distance angulaire de cet astre, au point de l'orbite, où cette vîtesse est la plus grande.

Il est naturel de penser que la distance du soleil à la terre, est variable comme sa vîtesse

angulaire ; c'est ce que prouvent les mesures de son diamètre apparent. Il augmente et diminue en même-tems et suivant la même loi, que cette vîtesse, mais dans un rapport deux fois moindre. Lorsque la vîtesse est la plus grande, le diamètre apparent est de 6035″,7 ; on ne l'observe que de 5836″,3, lorsque cette vîtesse est la plus petite ; ainsi, sa grandeur moyenne est de 5936″,0. Il doit être diminué de quelques secondes, pour le dépouiller de l'effet de l'irradiation qui dilate un peu, les diamètres apparens des objets.

La distance du soleil à la terre, étant réciproque à son diamètre apparent ; son accroissement suit la même loi que la diminution de ce diamètre. On nomme *périgée*, le point de l'orbite, où le soleil est le plus près de la terre, et *apogée*, le point opposé où cet astre en est le plus éloigné. C'est dans le premier de ces points, que le soleil a le plus grand diamètre apparent et la plus grande vîtesse ; dans le second point, ce diamètre et cette vîtesse sont à leur *minimum*.

Il suffit, pour diminuer le mouvement apparent du soleil, de l'éloigner de la terre ; mais si la variation de ce mouvement ne provenait

que de cette cause, et si la vîtesse réelle du soleil dans son orbite, était constante, sa vîtesse apparente diminuerait dans le même rapport, que son diamètre apparent; elle diminue dans un rapport deux fois plus grand; il y a donc un rallentissement réel dans le mouvement du soleil, lorsqu'il s'éloigne de la terre. Par l'effet composé de ce rallentissement et de l'augmentation de la distance, le mouvement angulaire dans un jour, diminue comme le quarré de la distance augmente, ensorte que son produit, par ce quarré, est à fort peu-près constant. Toutes les mesures du diamètre apparent du soleil, comparées aux observations de son mouvement journalier, confirment ce résultat.

Imaginons par les centres du soleil et de la terre, une droite que nous nommerons *rayon vecteur* du soleil; il est facile de voir que le petit secteur, ou l'aire tracée dans un jour, par ce rayon, autour de la terre, est proportionnelle au produit du quarré de ce rayon, par le mouvement journalier apparent du soleil; ainsi cette aire est constante, et l'aire entière tracée par le rayon vecteur, à partir d'un rayon fixe, croît comme le nombre des jours écoulés depuis l'époque où le soleil était sur ce rayon. De-là

résulte cette loi remarquable du mouvement du soleil, savoir que *les aires décrites par son rayon vecteur, sont proportionnelles aux tems.*

Si, d'après les données précédentes, on marque, de jour en jour, la position et la longueur du rayon vecteur de l'orbe solaire, et que l'on fasse passer une courbe, par les extrémités de tous ces rayons; on voit que cette courbe n'est pas exactement circulaire, mais qu'elle est un peu allongée dans le sens de la droite qui, passant par le centre de la terre, joint les points de la plus grande et de la plus petite distance du soleil. La ressemblance de cette courbe avec l'ellipse, ayant donné lieu de les comparer, on a reconnu leur identité; d'où l'on a conclu que l'*orbe solaire est une ellipse dont le centre de la terre occupe un des foyers.*

L'ellipse est une de ces courbes fameuses dans la géométrie ancienne et moderne, qui, formées par la section de la surface du cône par un plan, ont été nommées *sections coniques.* Il est aisé de la décrire, en fixant à deux points invariables que l'on appelle *foyers*, les extrémités d'un fil tendu sur un plan, par une pointe qui glisse le long de ce fil. La courbe tracée par la pointe, dans ce mouvement, est

une ellipse, Elle est visiblement allongée dans le sens de la droite qui joint les foyers, et qui, prolongée de chaque côté, jusqu'à la courbe, forme le grand axe dont la longueur est la même que celle du fil. Le grand axe divise l'ellipse, en deux parties égales et semblables; le petit axe est la droite menée par le centre, perpendiculairement au grand axe, et prolongée de chaque côté, jusqu'à la courbe; la distance du centre à l'un des foyers, est l'*excentricité* de l'ellipse. Lorsque les deux foyers sont réunis au même point, l'ellipse est un cercle; en les éloignant, elle s'allonge de plus en plus, et si, leur distance mutuelle devenant infinie, la distance du foyer au sommet le plus voisin de la courbe, reste finie, l'ellipse devient une *parabole*.

L'ellipse solaire est peu différente d'un cercle; car son excentricité est, évidemment, l'excès de la plus grande sur la moyenne distance du soleil à la terre, excès qui, comme on l'a vu, est égal à cent soixante et huit dix millièmes de cette distance. Les observations paraissent indiquer dans cette excentricité, une diminution fort lente et à peine sensible dans l'intervalle d'un siècle.

Pour avoir une juste idée du mouvement elliptique du soleil; concevons un point mû uniformément sur une circonférence dont le centre soit celui de la terre, et dont le rayon soit égal à la distance périgée du soleil. Supposons de plus, que ce point et le soleil partent ensemble du périgée, et que le mouvement angulaire du point, soit égal au moyen mouvement angulaire du soleil. Tandis que le rayon vecteur du point, tourne uniformément autour de la terre, le rayon vecteur du soleil se meut d'une manière inégale, en formant toujours avec la distance périgée, et les arcs d'ellipse, des secteurs proportionels aux tems. Il devance d'abord le rayon vecteur du point, et fait avec lui, un angle qui, après avoir augmenté jusqu'à une certaine limite, diminue et redevient nul, quand le soleil est à son apogée. Alors, les deux rayons vecteurs coïncident avec le grand axe. Dans la seconde moitié de l'ellipse, le rayon vecteur du point, devance celui du soleil, et forme avec lui des angles qui sont exactement les mêmes que dans la première moitié, à la même distance du périgée où il revient coïncider avec le rayon vecteur du soleil et le grand axe de l'ellipse. L'angle,

dont le rayon vecteur du soleil devance celui du point, est ce que l'on nomme *équation du centre*; son *maximum* est la plus grande équation du centre, qui, au commencement de 1750, était de 2°,1409. Le mouvement angulaire du point, autour de la terre, se conclud de la durée de la révolution du soleil dans son orbite; en lui ajoutant l'équation du centre, on a le mouvement angulaire du soleil. La recherche de cette équation, est un problême intéressant d'analyse, qui ne peut être résolu que par approximation; mais le peu d'excentricité de l'orbe solaire, conduit à des séries très-convergentes qu'il est facile de réduire en tables.

La position du grand axe de l'ellipse solaire, n'est pas constante. La distance angulaire du périgée, à l'équinoxe du printems, comptée dans le sens du mouvement du soleil, était de 309°,5790, au commencement de 1750; mais il a, relativement aux étoiles, un mouvement annuel d'environ 36″,7, dirigé dans le même sens que celui du soleil.

L'orbe solaire se rapproche insensiblement de l'équateur; on peut estimer à 154″,3, la

diminution séculaire de son obliquité, sur le plan de ce grand cercle.

Le mouvement elliptique du soleil, ne représente pas encore exactement les observations modernes ; leur grande précision a fait appercevoir de petites inégalités dont il eût été presque impossible par les seules observations, de reconnaître les lois. Ces inégalités sont ainsi, du ressort de cette branche de l'astronomie, qui redescend des causes aux phénomènes, et qui sera l'objet du quatrième livre.

La distance du soleil à la terre, a intéressé dans tous les tems, les observateurs ; ils ont essayé de la mesurer par tous les moyens que l'astronomie a successivement indiqués. Le plus naturel et le plus simple est celui que les géomètres emploient pour mesurer la distance des objets terrestres. Des deux extrémités d'une base connue, on observe les angles que forment avec elle, les rayons visuels de l'objet, et en retranchant leur somme, de deux angles droits, on a l'angle formé par ces rayons, au point de leur concours. Cet angle est ce que l'on nomme *parallaxe* de l'objet dont il est facile ensuite d'avoir la distance aux extrémités de la base. En transportant cette méthode, au soleil ; il

faut choisir la base la plus étendue que l'on puisse avoir sur la terre. Imaginons deux observateurs placés sous le même méridien, et observant au même instant, la hauteur méridienne du centre du soleil, et sa distance au même pôle; la différence des deux distances observées, sera l'angle sous lequel on verrait du centre du soleil, la droite qui joint les observateurs. La position des observateurs donne cette droite, en parties du rayon terrestre; il sera donc facile de conclure de ces observations, l'angle sous lequel on verrait du centre du soleil, le demi-diamètre de la terre. Cet angle est la *parallaxe* du soleil; mais il est trop petit pour être déterminé avec précision, par cette méthode qui peut seulement nous faire juger que cet astre est au moins, éloigné de six mille diamètres terrestres. Nous verrons dans la suite, les découvertes astronomiques fournir des moyens beaucoup plus précis, pour avoir sa parallaxe que l'on sait maintenant être à fort peu près de 27″,2, dans la moyenne distance du soleil à la terre; d'où il résulte que cette distance est de 23405 rayons terrestres.

La petitesse de la parallaxe du soleil, nous

prouve son immense grosseur. Nous sommes bien certains qu'à la même distance où cet astre est vu sous un angle de 5936", la terre ne paraîtrait pas sous un angle de cent secondes; ainsi, les volumes des corps sphériques étant proportionnels aux cubes de leurs diamètres, le volume du soleil est au moins, deux cents mille fois plus grand que celui de la terre. Il est environ treize cents mille fois plus considérable, si, comme les observations l'indiquent, la parallaxe solaire est de 27",2.

On observe à la surface du soleil, des taches noires, d'une forme irrégulière, dont le nombre, la position et la grandeur sont très-variables. Souvent, elles sont nombreuses et fort étendues, on en a vu dont la largeur égalait quatre ou cinq fois celle de la terre. Quelquefois, mais rarement, le soleil a paru pur et sans taches, pendant des années entières. Presque toujours, les taches solaires sont environnées de penombres renfermées elles-mêmes dans des nuages de lumière, plus clairs que le reste du soleil, et au milieu desquels on voit les taches se former et disparaître. Tout cela indique à la surface de cette énorme masse de feu, de vives effervescences dont

les volcans n'offrent qu'une très-faible image. Mais quelle que soit la nature de ces taches, elles nous ont fait connaître un phénomène remarquable, celui de la rotation du soleil. Au travers des variations qu'elles éprouvent, on démêle des mouvemens réguliers qui sont exactement les mêmes que ceux des points correspondans de la surface du soleil, en supposant à cet astre, dans le sens de son mouvement autour de la terre, un mouvement de rotation sur un axe presque perpendiculaire à l'écliptique. On a conclu de l'observation suivie des taches, que la durée de la rotation du soleil, est d'environ vingt-cinq jours et demi; que l'équateur solaire est incliné de huit degrés et un tiers, au plan de l'écliptique, et que les points de cet équateur, en s'élevant par leur mouvement de rotation, au-dessus de ce plan, vers le pôle boréal, le traversent dans un point qui, vu du centre du soleil, était à 86°,20 de distance, de l'équinoxe du printems, au commencement de 1750.

Les taches du soleil sont presque toujours comprises dans une zône de sa surface, dont la largeur mesurée sur un méridien solaire, ne s'étend qu'à trente-trois ou trente-quatre

degrés, de chaque côté de son équateur ; on en a cependant observé à quarante-quatre degrés de distance.

Bouguer a trouvé, par des expériences curieuses sur l'intensité de la lumière des divers points du disque du soleil, que cette lumière est un peu plus vive au centre, que vers les bords. Cependant, la même portion du disque, transportée du centre aux bords, par la rotation du soleil, s'y présentant sous un plus petit angle, sa lumière devrait être beaucoup plus intense; il faut donc qu'elle soit éteinte en grande partie, ce qui ne peut s'expliquer qu'en supposant le soleil environné d'une épaisse atmosphère qui, traversée obliquement par les rayons émanés des bords, les affaiblit plus que ceux du centre, qui la traversent perpendiculairement. Ainsi, l'atmosphère solaire est indiquée par ce phénomène, avec beaucoup de vraisemblance.

L'opinion la plus générale est qu'elle nous réfléchit cette faible lumière visible, sur-tout, vers l'équinoxe du printems, un peu avant le lever, ou après le coucher du soleil, et à laquelle on a donné le nom de *lumière zodiacale*. Le fluide qui nous la renvoie, est extrêmement

rare, puisque l'on apperçoit les étoiles au travers. Sa couleur est blanche, et sa figure apparente est celle d'un fuseau dont la base s'appuie sur le soleil ; tel on verrait un ellipsoïde de révolution fort applati, dont le centre et le plan de l'équateur seraient les mêmes que ceux du soleil. La longueur de la lumière zodiacale paraît quelquefois, sous un angle de plus de cent degrés ; or on verra dans la suite, que l'atmosphère du soleil ne s'étend point à une aussi grande distance ; ce n'est donc pas cette atmosphère qui réfléchit la lumière zodiacale. Dominique Cassini qui, le premier, a décrit cette lumière en observateur, a remarqué qu'elle s'affaiblit, quand le soleil a peu de taches ; d'où il a conjecturé que ces taches et cette lumière naissent d'un même écoulement produit par la force expansive du soleil qui jette à sa surface, la matière épaisse des taches, et qui lance au loin la matière rare et transparente de la lumière zodiacale. Mais la vraie cause de cette lumière, est encore inconnue.

CHAPITRE

CHAPITRE III.

Du tems, et de sa mesure.

LE tems est, par rapport à nous, l'impression que laisse dans la mémoire, une suite de choses dont nous sommes certains que l'existence a été successive. Le mouvement est propre à lui servir de mesure ; car un corps ne pouvant pas être dans plusieurs lieux à-la-fois, il ne parvient d'un endroit à un autre, qu'en passant successivement par tous les lieux intermédiaires. Si l'on est assuré qu'à chaque point de la ligne qu'il décrit, il est animé de la même force ; il la décrira d'un mouvement uniforme, et les parties de cette droite pourront mesurer le tems employé à les parcourir. Quand un pendule, à la fin de chaque oscillation, se retrouve dans des circonstances parfaitement semblables, les durées de ces oscillations, sont les mêmes, et le tems peut se mesurer par leur nombre. On peut aussi employer à cette mesure, les révolutions successives de la sphere céleste, dans lesquelles tout paraît égal ; mais

on s'est unanimement accordé à faire usage pour cet objet, du mouvement du soleil.

Dans la vie civile, le jour est l'intervalle de tems qui s'écoule depuis le lever jusqu'au coucher du soleil ; la nuit est le tems pendant lequel le soleil reste au-dessous de l'horizon. Le *jour astronomique* embrasse toute la durée de sa révolution diurne ; c'est l'intervalle de tems, compris entre deux midis ou entre deux minuits consécutifs. Il surpasse la durée d'une révolution du ciel, qui forme le *jour sydéral* ; car si le soleil traverse le méridien au même instant qu'une étoile ; le jour suivant, il y reviendra plus tard, en vertu de son mouvement propre par lequel il s'avance d'occident en orient, et dans l'espace d'une année, il passera une fois de moins que l'étoile, au méridien. On trouve ainsi, qu'en prenant pour unité, le jour moyen astronomique, la durée du jour sydéral est de 0^{jours},99726722.

Les jours astronomiques ne sont pas égaux ; deux causes, l'inégalité du mouvement propre du soleil, et l'obliquité de l'écliptique, produisent leurs différences. L'effet de la première cause est sensible ; ainsi au solstice d'été, vers

lequel le mouvement du soleil est le plus lent, le jour astronomique approche d'avantage, du jour sydéral, qu'au solstice d'hiver, où ce mouvement est le plus rapide.

Pour concevoir l'effet de la seconde cause, il faut observer que l'excès du jour astronomique sur le jour sydéral, n'est dû qu'au mouvement propre du soleil, rapporté à l'équateur. Si par les extrémités du petit arc que le soleil décrit sur l'écliptique dans un jour, et par les pôles du monde, on imagine deux grands cercles de la sphère céleste; l'arc de l'équateur, qu'ils interceptent, est le mouvement journalier du soleil, rapporté à l'équateur, et le tems que cet arc met à traverser le méridien, est l'excès du jour astronomique sur le jour sydéral; or, il est visible que dans les équinoxes, l'arc de l'équateur est plus petit que l'arc correspondant de l'écliptique, dans le rapport du cosinus de l'obliquité de l'écliptique, au rayon; dans les solstices, il est plus grand dans le rapport du rayon au cosinus de la même obliquité; le jour astronomique est donc diminué dans le premier cas, et augmenté dans le second.

Pour avoir un jour moyen indépendant de

ces causes, on imagine un second soleil mû uniformément sur l'écliptique, et traversant toujours aux mêmes instans que le vrai soleil, le grand axe de l'orbe solaire, ce qui fait disparaître l'inégalité du mouvement propre du soleil. On fait ensuite disparaître l'effet de l'obliquité de l'écliptique, en imaginant un troisième soleil, passant par les équinoxes, aux mêmes instans que le second soleil, et mû sur l'équateur, de manière que les distances angulaires de ces deux soleils à l'équinoxe du printems, soient constamment égales entr'elles. L'intervalle compris entre deux retours consécutifs de ce troisième soleil, au méridien, forme le jour moyen astronomique. Le *tems moyen* se mesure par le nombre de ces retours, et le *tems vrai* se mesure par le nombre des retours du vrai soleil, au méridien. L'arc de l'équateur, intercepté entre deux méridiens menés par les centres du vrai soleil et du troisième soleil, et réduit en tems à raison de la circonférence entière pour un jour, est ce que l'on nomme *équation du tems*.

Les retours du soleil au même équinoxe, marquent les années, comme ses retours au méridien, marquent les jours. Cet astre, en

vertu de son moyen mouvement, emploie $365^{j.},242222$ à revenir à l'équinoxe du printems ; cette durée forme l'*année tropique*. Les observations ont fait connaître qu'il met plus de tems à revenir aux mêmes étoiles. L'*année sydérale* est l'intervalle compris entre deux de ces retours consécutifs ; elle est plus grande que l'année tropique, de $0^{j.},014162$; ainsi, les équinoxes ont sur l'écliptique, un mouvement rétrograde ou contraire à celui du soleil, par lequel ils décrivent, chaque année, un arc égal au mouvement moyen de cet astre, dans l'intervalle de $0^{j.},014162$, et par conséquent, de $155'',09$.

Les besoins de la société ont fait imaginer diverses périodes, pour mesurer les parties de la durée. La nature en offre deux remarquables, dans les retours du soleil au méridien et au même équinoxe ; mais l'une et l'autre doivent être divisées dans de plus petites périodes. La division du jour en dix heures, de l'heure en cent minutes, de la minute en cent secondes, etc. est la plus simple ; il est naturel de faire commencer le jour astronomique à minuit, pour

comprendre dans sa durée, tout le tems de la présence du soleil sur l'horison.

C'est à l'équinoxe du printems, à la renaissance de la nature, qu'il convient de fixer l'origine de l'année. Les saisons la divisent en quatre parties que l'on a partagées chacune, en trois mois de trente jours. On a encore divisé chaque mois, en trois périodes de dix jours, nommées *décades*. De cette manière, l'année civile ne serait composée que de 360 jours, et l'on a vu qu'elle excède 365 jours; mais on lui ajoute les jours excédens, comme complémentaires. Quoique dans ce systême de division de l'année, l'ordre de choses, relatif aux jours de la décade, soit un peu troublé par ces jours complémentaires; la correspondance des jours de la décade, avec les jours du mois, et celle des fêtes décadaires avec les saisons, le rendent préférable à l usage des petites périodes indépendantes des mois, telles que les semaines.

Si l'on fixait la longueur de l'année, à 365 jou.; son commencement anticiperait sans cesse sur celui de l'année tropique, et les mois parcoureraient, en rétrogradant, les diverses saisons, dans une période d'environ 1520 ans. Cette méthode, en usage autrefois dans l'Egypte, ôte

au calendrier, l'avantage d'attacher les mois et les fêtes, aux mêmes saisons, et d'en faire des époques remarquables pour l'agriculture. On conserverait cet avantage précieux aux habitans des campagnes, en considérant l'origine de l'année, comme un phénomène astronomique que l'on fixerait par l'observation et le calcul, au minuit qui précède l'équinoxe vrai du printems ; mais alors, les années perdraient l'avantage d'être des périodes régulières du tems, faciles à décomposer en jours, ce qui pourrait répandre de la confusion sur l'histoire et la chronologie, et rendre quelquefois incertaine, l'origine de l'année, que l'on a toujours besoin de connaître d'avance. Pour obvier à ces inconvéniens, et pour attacher aux mêmes saisons, les mois et les fêtes ; on a imaginé les intercalations. La plus simple de toutes, est celle que les Perses ont adoptée dans le onzième siècle, et qui consiste à ajouter sept fois de suite, six jours complémentaires, au lieu de cinq, tous les quatre ans ; et à ne faire cette addition, la huitième fois, qu'à la cinquième année. On a nommé *sextiles*, les années ainsi augmentées, pour les

distinguer des autres que l'on nomme *années communes*. Suivant ce mode d'intercalation, sur trente-trois années, huit sont sextiles, et vingt-cinq sont communes; cela suppose la longueur de l'année, de 365 jours $\frac{8}{33}$, plus grande de $0^{j.},000202$, que l'année tropique déterminée par les observations; mais il faudrait un grand nombre de siècles, pour éloigner l'origine de l'année, de l'équinoxe, d'une quantité sensible aux agriculteurs.

Il serait à desirer que tous les peuples adoptassent une même ère, indépendante des révolutions morales, et fondée sur les seuls phénomènes astronomiques. On pourrait en fixer l'origine, dans l'année où l'apogée de l'orbe solaire coïncidait avec le solstice d'été; ce qui remonte à l'an 1250. On prendrait pour cette origine, l'instant de l'équinoxe moyen du printems, qui, dans cette année, répondait au quinze mars $5^{heures},3676$ à Paris. Le méridien universel où l'on fixerait l'origine des longitudes terrestres, serait celui du lieu qui comptait minuit au même instant, et qui est à l'orient de Paris, de $185°,2960$. Si, après une longue suite de siècles, l'origine de l'ère deve-

nait incertaine, il serait difficile de la rétrouver avec précision, par le seul mouvement de l'apogée, vu la lenteur et les inégalités de ce mouvement ; mais il ne restera aucune incertitude sur cette origine, et sur la position du méridien universel, si l'on se souvient qu'au moment de l'équinoxe moyen, la longitude moyenne de la lune, était de 143°,7714. Ainsi, l'on ferait disparaître ce qu'il y a d'arbitraire dans l'origine du tems, et dans celle des longitudes terrestres. En adoptant ensuite, l'intercalation et la division précédente de l'année, et celle des mois et du jour ; on aurait le calendrier le plus naturel et le plus simple qui convienne aux habitans de ce côté de l'équateur.

De la réunion de cent années, on a formé le *siècle*, qui est la plus grande période employée jusqu'ici dans la mesure du tems.

CHAPITRE IV.

Du mouvement de la Lune, de ses Phases, et des Eclipses.

CELUI de tous les astres, qui nous intéresse le plus, après le soleil, est la lune dont les phases offrent une division du tems, si remarquable, qu'elle a été primitivement en usage chez tous les peuples. La lune a, comme le soleil, un mouvement propre d'occident en orient. La durée de sa révolution sydérale était de $27^{j.},3216611803 6$, au commencement de 1700; elle n'est pas la même dans tous les siècles; la comparaison des observations modernes aux anciennes, prouve incontestablement une accélération dans le moyen mouvement de la lune. Cette accélération, encore peu sensible depuis l'éclipse la plus ancienne dont l'observation nous soit parvenue, se développera par la suite des tems. Mais ira-t-elle en croissant sans cesse, ou s'arrêtera-t-elle pour se changer en retardement? c'est ce que les observations ne pourraient apprendre qu'après un

très-grand nombre de siècles. Heureusement, la découverte de sa cause, en les devançant, nous a fait connaître qu'elle est périodique,

La lune se meut dans un orbe elliptique dont le centre de la terre occupe un des foyers. Son rayon vecteur trace autour de ce point, des aires à-peu-près proportionnelles aux tems. La moyenne distance de cet astre à la terre, étant prise pour unité, l'excentricité de son ellipse est 0,0550368, ce qui donne la plus grande équation du centre, égale à 7°,0099. Le périgée lunaire a un mouvement direct, c'est-à-dire, dans le sens du mouvement du soleil, et la durée de sa révolution sydérale est de $3232^{j.},46643$.

Ces lois analogues à celles du mouvement du soleil, sont encore loin de représenter les observations. Le mouvement lunaire est assujetti à un grand nombre d'autres inégalités qui ont des rapports évidens avec la position du soleil. Nous allons indiquer les trois principales.

La plus considérable de toutes, et la première qui ait été reconnue, est celle que l'on nomme *évection*. Cette inégalité qui dans son

maximum, s'élève à 1°,4902, est proportionnelle au sinus du double de la distance moyenne angulaire de la lune au soleil, moins la distance moyenne angulaire de la lune, au périgée de son orbite. Dans les oppositions et dans les conjonctions de la lune au soleil, elle se confond avec l'équation du centre, qu'elle diminue constamment, et par cette raison, les anciens observateurs qui ne déterminaient les élémens de la théorie lunaire, qu'au moyen des éclipses, et dans la vue de prédire ces phénomènes, trouvèrent l'équation du centre de la lune, plus petite que la véritable, de toute la quantité de l'évection.

On observe encore dans le mouvement lunaire, une grande inégalité qui disparaît dans les conjonctions et dans les oppositions de la lune au soleil, ainsi que dans les points où ces deux astres sont éloignés entre eux, de cent degrés. Elle est à son *maximum*, et s'élève à 0°,6608, quand leur distance mutuelle est de cinquante degrés ; d'où l'on a conclu qu'elle est proportionnelle au sinus du double de la distance moyenne angulaire de la lune au soleil. Cette inégalité que l'on nomme *variation*, disparaissant dans les éclipses ; elle

n'a pu être reconnue par l'observation de ces phénomènes.

Enfin, le mouvement de la lune s'accélère, quand celui du soleil se rallentit, et réciproquement ; d'où résulte une inégalité connue sous le nom d'*équation annuelle*, et dont la loi est exactement la même que celle de l'équation du centre du soleil, avec un signe contraire. Cette inégalité qui, dans son *maximum*, est de 0°,2064, se confond dans les éclipses, avec l'équation du centre du soleil, et dans le calcul de l'instant de ces phénomènes, il est indifférent de considérer séparément ces deux équations, ou de supprimer l'équation annuelle de la théorie lunaire, pour en accroître l'équation du centre du soleil. C'est une des principales causes pour lesquelles les anciens astronomes donnèrent à cette dernière équation, une trop grande valeur, comme ils en assignèrent une trop petite, à l'équation du centre de la lune, à raison de l'évection.

L'orbe lunaire est incliné de 5°,7188, au plan de l'écliptique ; ses points d'intersection avec elle, que l'on nomme *nœuds*, ne sont pas fixes dans le ciel ; ils ont un mouvement *rétrograde* ou contraire à celui du soleil ;

mouvement qu'il est facile de reconnaître par la suite des étoiles que la lune rencontre en traversant l'écliptique. La durée de la révolution sydérale de ces nœuds, est de $6793^{j.},3009$. On appelle *nœud ascendant*, celui dans lequel la lune s'élève au-dessus de l'écliptique, vers le pôle boréal ; et *nœud descendant*, celui dans lequel elle s'abaisse au-dessous, vers le pôle austral. Leur mouvement est assujetti à plusieurs inégalités dont la plus grande est proportionnelle au sinus du double de la distance angulaire du soleil, au nœud ascendant de l'orbe lunaire, et s'élève à $1°,8105$ dans son *maximum*. L'inclinaison de l'orbe, est pareillement variable ; sa plus grande inégalité qui s'élève à $0°,1631$, est proportionnelle au cosinus du même angle dont dépend l'inégalité du mouvement des nœuds.

L'orbe lunaire, ainsi que les orbes du soleil et de tous les corps célestes, n'ont pas plus de réalité, que les paraboles décrites par les projectiles, à la surface de la terre. Pour nous représenter le mouvement d'un corps dans l'espace, nous imaginons une ligne menée par toutes les positions successives de son centre ; cette ligne est son orbite dont le plan est celui

qui passe par deux positions consécutives du corps, et par le centre autour duquel on le conçoit en mouvement. Au lieu d'envisager ainsi, le mouvement du corps; on peut le projetter par la pensée, sur un plan fixe, et déterminer la courbe de projection et la hauteur du corps au-dessus de ce plan. Ces diverses méthodes ont des avantages qui leur sont propres, et qui les rendent préférables, suivant les circonstances.

Le diamètre apparent de la lune, change d'une manière analogue aux variations du mouvement lunaire; il est de 5438″ dans la plus grande distance de la lune à la terre, et de 6207″ dans sa plus petite distance.

Les mêmes moyens auxquels la parallaxe du soleil avait échappé par sa petitesse, ont donné celle de la lune, égale à 10676″, dans sa distance à la terre, moyenne arithmétique entre ses distances extrêmes; ainsi, à la même distance où la lune nous paraît sous un angle de 5823″, la terre serait vue sous un angle de 21352″; leurs diamètres sont donc dans le rapport de ces nombres, ou à très-peu près, comme trois est à onze; et le volume du globe

lunaire, est quarante-neuf fois moindre que celui du globe terrestre.

Les phases de la lune sont un des phénomènes célestes les plus frappans, En se dégageant, le soir, des rayons du soleil, elle reparaît avec un faible croissant qui augmente à mesure qu'elle s'en éloigne, et qui devient un cercle entier de lumière, lorsqu'elle est en opposition avec cet astre. Quand ensuite, elle s'en rapproche ; ce cercle se change en un croissant qui diminue suivant les mêmes degrés par lesquels il s'était accrû, jusqu'à ce qu'elle se plonge, le matin, dans les rayons solaires. Le croissant de la lune, constamment dirigé vers le soleil, indique évidemment qu'elle en emprunte sa lumière; et la loi de la variation de ses phases dont la largeur croît à très-peu près proportionnellement au sinus verse de la distance angulaire de la lune au soleil, nous prouve qu'elle est sphérique.

Ces phases se renouvellant avec les conjonctions ; leur retour dépend de l'excès du mouvement synodique de la lune sur celui du soleil, excès que l'on nomme mouvement *synodique* lunaire. La durée de la révolution synodique

dique de cet astre, ou la période de ses conjonctions moyennes est de 29j.,530588 ; elle est à l'année tropique, à très-peu près dans le rapport de 19 à 235, c'est-à-dire que dix-neuf années solaires forment environ, deux cens trente-cinq mois lunaires.

Les *sysigies* sont les points de l'orbite, où la lune se trouve en conjonction ou en opposition avec le soleil. Dans le premier point, la lune est nouvelle ; elle est pleine dans le second point. Les *quadratures* sont les points de l'orbite, où la lune est éloignée du soleil, de cent ou de trois cents degrés comptés dans le sens de son mouvement propre. Dans ces points que l'on nomme premier et second *quartier* de la lune, nous voyons à fort peu près ; la moitié de son hémisphère éclairé. A la rigueur, nous en appercevons un peu plus ; car lorsque l'exacte moitié se découvre à nous, la distance angulaire de la lune au soleil, est un peu moindre que cent degrés. A cet instant que l'on reconnaît parce que la ligne qui sépare l'hémisphère éclairé, de l'hémisphère obscur, paraît être une ligne droite ; le rayon mené de l'observateur, au centre de la lune, est perpendiculaire à celui qui joint les centres

de la lune et du soleil. Ainsi, dans le triangle formé par les droites qui joignent ces centres et l'œil de l'observateur, l'angle à la lune est droit, et l'observation donne l'angle à l'observateur; on peut donc déterminer la distance du soleil à la terre, en parties de celle de la terre à la lune. La difficulté de fixer avec précision, l'instant où nous voyons la moitié du disque éclairé de la lune, rend cette méthode peu rigoureuse; on lui doit cependant les premières notions justes, que l'on ait eues, du volume immense du soleil, et de sa grande distance à la terre.

L'explication des phases de la lune, conduit à celle des éclipses, objets de la frayeur des hommes dans les tems d'ignorance, et de la curiosité des philosophes dans tous les tems. La lune ne peut s'éclipser que par l'interposition d'un corps opaque qui lui dérobe la lumière du soleil, et il est visible que ce corps est la terre, puisque les éclipses de lune n'arrivent jamais que dans ses oppositions, ou lorsque la terre est entre cet astre et le soleil. Le globe terrestre projette derrière lui, relativement au soleil, un cône d'ombre dont l'axe est sur la droite qui joint les centres du soleil

et de la terre, et qui se termine au point où les diamètres apparens de ces deux corps, sont les mêmes. Ces diamètres, vus du centre de la lune en opposition et dans sa moyenne distance, sont à peu près de 5920″ pour le soleil, et de 21352″ pour la terre; ainsi le cône d'ombre terrestre a une longueur au moins trois fois plus grande que la distance de la lune à la terre; et sa largeur, aux points où il est traversé par la lune, est plus que double du diamètre lunaire. La lune serait donc éclipsée, toutes les fois qu'elle est en opposition avec le soleil, si le plan de son orbe coïncidait avec l'écliptique; mais en vertu de l'inclinaison mutuelle de ces plans, la lune dans ses oppositions, est souvent élevée au-dessus, ou abbaissée au-dessous du cône d'ombre terrestre, et elle n'y pénètre que lorsqu'elle est près de ses nœuds. Si tout son disque s'enfonce dans l'ombre de la terre, l'éclipse de lune est *totale*; elle est *partielle*, si ce disque n'y pénètre qu'en partie: et l'on conçoit que la proximité de la lune à ses nœuds, au moment de l'opposition, doit produire toutes les variétés que l'on observe dans ces éclipses.

La durée moyenne d'une révolution du

soleil, par rapport au nœud de l'orbe lunaire, est de $346^{j.},61963$; elle est à la durée d'une révolution synodique de la lune, à fort peu près dans le rapport de 223 à 19 ; ainsi après une période de 223 mois lunaires, le soleil et la lune se retrouvent à la même position relativement au nœud de l'orbe lunaire ; les éclipses doivent donc revenir à peu près dans le même ordre, ce qui donne un moyen simple de les prédire. Mais les inégalités des mouvemens du soleil et de la lune, doivent y produire des différences sensibles ; et d'ailleurs, le retour de ces deux astres à la même position par rapport au nœud, dans l'intervalle de 223 mois, n'étant pas rigoureux ; les écarts qui en résultent, changent à la longue, l'ordre des éclipses observées pendant une de ces périodes.

C'est uniquement dans les conjonctions du soleil et de la lune, quand cet astre, en s'interposant entre le soleil et la terre, intercepte la lumière du soleil ; que nous observons les éclipses solaires. Quoique la lune soit incomparablement plus petite que le soleil ; cependant, par une circonstance remarquable, elle

est assez près de la terre, pour que son diamètre apparent diffère peu de celui du soleil; il arrive même, à raison des changemens de ces diamètres, qu'ils se surpassent alternativement l'un et l'autre. Imaginons les centres du soleil et de la lune, sur une même droite avec l'œil de l'observateur; il verra le soleil éclipsé, et si le diamètre apparent de la lune surpasse celui du soleil, l'éclipse sera totale; mais si ce diamètre est plus petit, l'observateur verra un anneau lumineux formé par la partie du soleil qui déborde le disque de la lune, et alors l'éclipse sera *annulaire*. Si le centre de la lune n'est pas sur la droite qui joint l'observateur et le centre du soleil, la lune pourra n'éclipser qu'une partie de la circonférence du disque solaire, et l'éclipse sera partielle. Ainsi, les variétés des distances du soleil et de la lune, au centre de la terre, et celle de la proximité de la lune à ses nœuds, au moment de ses conjonctions, doivent en produire de très-grandes dans les éclipses de soleil, A ces causes se joint encore l'élévation de la lune sur l'horison, élévation qui change la grandeur de son diamètre apparent, et qui, par l'effet de la parallaxe lunaire, peut augmenter ou diminuer

la distance apparente des centres du soleil et de la lune, de manière que de deux observateurs éloignés entre eux, l'un peut voir une éclipse de soleil, qui n'a point lieu pour l'autre observateur. En cela, les éclipses de soleil diffèrent des éclipses de lune, qui sont les mêmes pour tous les lieux de la terre.

On voit souvent l'ombre d'un nuage emporté par les vents, parcourir rapidement les côteaux et les plaines, et dérober aux spectateurs qu'elle atteint, la vue du soleil, dont jouissent ceux qui sont au-delà de ses limites ; c'est l'image exacte des éclipses totales du soleil. Une profonde nuit, qui dans des circonstances favorables, peut durer au-delà de cinq minutes, accompagne ces éclipses. La subite disparition du soleil, et les épaisses ténèbres qui lui succèdent, remplissent les animaux, de frayeur ; les étoiles qu'effaçait la clarté du jour, se montrent dans tout leur éclat, et le ciel paraît comme dans la nuit la plus sombre. On apperçoit autour du disque lunaire, une couronne d'une lumière pâle, et qui, probablement, est l'atmosphère même du soleil; car son étendue ne peut convenir à celle de la lune, et l'on s'est assuré par les éclipses du soleil et des étoiles, que

cette dernière atmosphère est presque insensible.

L'atmosphère dont on peut concevoir la lune environnée, infléchit les rayons lumineux, vers le centre de cet astre ; et si, comme cela doit être, les couches atmosphériques sont plus rares, à mesure qu'elles s'élèvent au-dessus de sa surface, ces rayons en y pénétrant, s'infléchissent de plus en plus, et décrivent une courbe concave vers son centre. Un observateur placé sur la lune, ne cesserait donc de voir un astre, que lorsqu'il serait abaissé au-dessous de son horison, d'un angle que l'on nomme *réfraction horisontale*. Les rayons émanés de cet astre vu à l'horison, après avoir rasé la surface de la lune, continueraient leur route, en décrivant une courbe semblable à celle par laquelle ils y seraient parvenus ; ainsi un second observateur placé derrière la lune, relativement à l'astre, l'apperçevrait encore, en vertu de l'inflexion de ses rayons dans l'atmosphère lunaire. Le diamètre de la lune n'est point augmenté sensiblement, par la réfraction de son atmosphère ; une étoile éclipsée par cet astre, le serait donc plus tard, que si cette atmosphère n'existait point, et par la même

raison, elle cesserait plutôt d'être éclipsée ; en sorte que l'influence de l'atmosphère lunaire est principalement sensible sur la durée des éclipses du soleil et des étoiles par la lune. Des observations précises et multipliées ont fait à peine soupçonner cette influence ; et l'on s'est assuré qu'à la surface de la lune, la réfraction horisontale n'excède pas cinq secondes. Nous verrons dans la suite, qu'à la surface de la terre, cette réfraction est au moins, mille fois plus grande ; l'atmosphère lunaire, si elle existe, est donc d'une rareté extrême, et supérieure à celle du vide que nous formons dans nos meilleures machines pneumatiques. Delà nous devons conclure qu'aucun des animaux terrestres ne pourrait respirer et vivre sur la lune ; et que si elle est habitée, ce ne peut être que par des animaux d'une autre espèce. Les fluides peu comprimés par une atmosphére aussi rare, se réduiraient bientôt en vapeurs ; il y a donc lieu de croire que tout est solide à la surface de la lune, et cela paraît confirmé par les observations de cet astre, dans de grands télescopes qui nous la présentent comme une masse aride, sur laquelle on a

cru remarquer les effets et même l'explosion des volcans.

Bouguer a trouvé par l'expérience, que la lumière de la pleine lune, est environ trois cents mille fois plus faible que celle du soleil. C'est la raison pour laquelle cette lumière rassemblée au foyer des plus grands miroirs, ne produit point d'effet sensible sur le thermomètre.

La lune ne disparaît pas entièrement dans ses éclipses; elle est encore éclairée d'une très-faible lumière qui lui vient des rayons du soleil, infléchis par l'atmosphère terrestre. Sa clarté serait même alors plus vive que dans la pleine lune, sans la grande extinction de ces rayons dans notre atmosphère. Il est visible que cette lumière doit être plus considérable dans les éclipses apogées, que dans les éclipses périgées; les vapeurs et les nuages peuvent l'affaiblir au point de rendre la lune invisible dans ses éclipses, et l'histoire de l'astronomie nous offre quelques exemples, quoique très-rares, de cette disparition totale de la lune,

On distingue encore, sur-tout près des nouvelles lunes, la partie du disque lunaire, qui

n'est point éclairée par le soleil. Cette faible clarté que l'on nomme *lumière-cendrée*, est due à la lumière que l'hémisphère éclairé de la terre réfléchit sur la lune ; et ce qui le prouve, c'est qu'elle est plus sensible vers la nouvelle lune, quand une plus grande partie de cet hémisphère, est dirigée vers cet astre. En effet, il est visible que la terre offrirait à un observateur placé sur la lune, des phases semblables à celles que la lune nous présente, mais accompagnées d'une plus forte lumière, à raison de la plus grande étendue de la surface terrestre.

Le disque lunaire offre un grand nombre de taches invariables que l'on a observées et décrites avec soin. Elles nous montrent que cet astre dirige toujours vers nous, à-peu-près, le même hémisphère ; il tourne donc sur lui-même dans un tems égal à celui de sa révolution autour de la terre ; car si l'on imagine un observateur placé au centre de la lune supposée transparente, il verra la terre et son rayon visuel se mouvoir autour de lui, et comme ce rayon traverse toujours au même point, à-peu-près, la surface lunaire, il est visible que ce point doit tourner dans le même tems

et dans le même sens que la terre, autour de l'observateur.

Cependant, l'observation suivie du disque lunaire, fait appercevoir de légères variétés dans ses apparences ; on voit les taches s'approcher et s'éloigner alternativement de ses bords ; celles qui en sont très-voisines, disparaissent et reparaissent successivement, en faisant des oscillations périodiques, que l'on a désignées sous le nom de *libration de la lune*. Pour se former une juste idée des causes principales de ce phénomène, il faut considérer que le disque de la lune, vu du centre de la terre, est terminé par la circonférence d'un grand cercle du globe lunaire, perpendiculaire au rayon mené de ce centre à celui de ce globe. C'est sur le plan de ce grand cercle, que se projette l'hémisphère de la lune, dirigé vers la terre, et ses apparences sont dues au mouvement de rotation de cet astre, par rapport à son rayon vecteur. Si la lune était sans mouvement de rotation, ce rayon tracerait à chaque révolution lunaire, la circonférence d'un grand cercle, sur sa surface dont tous les points se présenteraient successivement à nous ; mais en même-tems que le rayon vecteur trace cette cir-

conférence, le globe lunaire en tournant, ramène toujours à fort peu-près, le même point de sa surface sur ce rayon, et par conséquent, le même hémisphère, vers la terre. Les inégalités du mouvement de la lune, produisent de légères variétés dans ses apparences; car son mouvement de rotation ne participant point d'une manière sensible, à ces inégalités, il est variable relativement à son rayon vecteur qui va rencontrer ainsi, sa surface dans différens points; le globe lunaire fait donc, par rapport à ce rayon, des oscillations correspondantes aux inégalités de son mouvement, et qui nous dérobent et nous decouvrent alternativement quelques parties de sa surface.

De plus, l'axe de rotation de la lune n'est pas exactement perpendiculaire au plan de son orbite; en le supposant à-peu-près fixe durant une révolution du globe lunaire, il s'incline plus ou moins sur le rayon vecteur de la lune, et l'angle formé par ces deux lignes, est aigu pendant une moitié de la révolution, et obtus pendant l'autre moitié; la terre voit donc alternativement l'un et l'autre pôle de rotation, et les parties de sa surface, qui en sont voisines.

Enfin, l'observateur n'est point au centre de la terre, mais à sa surface ; c'est le rayon visuel mené de son œil, au centre de la lune, qui détermine le milieu de l'hémisphère visible, et il est clair qu'à raison de la parallaxe lunaire, ce rayon coupe la surface de la lune, dans des points sensiblement différens, suivant la hauteur de cet astre sur l'horison.

Toutes ces causes ne produisent qu'une libration apparente dans le globe lunaire ; elles sont purement optiques, et n'affectent point son mouvement réel de rotation ; ce mouvement peut être cependant assujetti à de petites inégalités ; mais elles sont trop peu sensibles pour avoir été observées.

Il n'en est pas de même des variations du plan de l'équateur lunaire. En cherchant à déterminer sa position, par les observations des taches de la lune ; Dominique Cassini a été conduit à ce résultat très-remarquable qui renferme toute la théorie astronomique de la libration réelle de cet astre. Si par le centre de la lune, on conçoit un premier plan perpendiculaire à son axe de rotation, plan qui se confond avec celui de son équateur ; si de plus, on imagine par le même centre, un

second plan parallèle à celui de l'écliptique, et un troisième plan qui soit le plan moyen de l'orbe lunaire ; ces trois plans ont constamment une commune intersection ; le second plan situé entre les deux autres, forme avec le premier, un angle d'environ $1_o,67$, et avec le troisième, un angle de $5^o,7188$. Ainsi, les intersections de l'équateur lunaire, avec l'écliptique, ou ses nœuds coïncident toujours avee les nœuds moyens de l'orbe lunaire, et comme eux, ils ont un mouvement rétrograde, dont la période est de $6793^{j.},3009$. Dans cet intervalle, les deux pôles de l'équateur et de l'orbe lunaire, décrivent de petits cercles parallèles à l'écliptique, en comprenant entre eux le pôle de l'écliptique, de manière que ces trois pôles soient constamment sur un grand cercle de la sphère céleste.

Des montagnes d'une grande hauteur, s'élèvent à la surface de la lune ; leurs ombres projettées sur les plaines, y forment des taches qui varient avec la position du soleil. On voit aux bords de la partie éclairée du disque lunaire, ces montagnes, sous la forme d'une dentelure qui s'étend au-delà de la ligne de lu-

mière, d'une quantité dont la mesure a fait connaître que leur hauteur est, au moins, de dix ou douze mille pieds. On reconnaît encore, par la direction des ombres, que la surface de la lune est parsemée de cavités à-peu-près semblables aux bassins de nos mers. Enfin, la surface lunaire paraît offrir des traces de volcans ; plusieurs observateurs ont même aperçu dans sa partie non encore éclairée, une lumière assez vive, pour qu'ils l'aient attribuée à une explosion volcanique. On peut aussi rapporter à cette cause, la formation de plusieurs taches nouvelles.

CHAPITRE V.

Des Planètes, et en particulier, de Mercure et de Vénus.

AU milieu de ce nombre infini de points étincelans, dont la voûte céleste est parsemée, et qui gardent entre eux, une position à-peu-près constante ; on voit six astres se mouvoir dans des périodes réglées, et suivant

des lois compliquées, dont la recherche est un des principaux objets de l'astronomie. Ces astres auxquels on a donné le nom de *Planètes*, sont : Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne et Uranus. Les deux premiers ne s'écartent jamais du soleil, au-delà de certaines limites ; les autres s'en éloignent à toutes les distances angulaires possibles. Les mouvemens de tous ces corps sont compris dans une zône de la sphère céleste, que l'on a nommée *Zodiaque*, et dont la largeur d'environ vingt degrés, est divisée en deux parties égales, par l'écliptique.

Mercure ne s'éloigne jamais du soleil, au-delà de trente-deux degrés. Lorsqu'il commence à paraître, le soir, on le distingue à peine, dans les rayons du crépuscule ; il s'en dégage de plus en plus, les jours suivans, et après s'être éloigné d'environ vingt-cinq degrés, du soleil, il revient vers lui. Dans cet intervalle, le mouvement de Mercure rapporté aux étoiles, est direct ; mais lorsqu'en se rapprochant du soleil, sa distance à cet astre n'est plus que de vingt degrés ; il paraît stationaire et son mouvement devient ensuite rétrograde. Mercure continue de se raprocher du soleil,

et finit par se replonger, le soir, dans ses rayons. Après y être demeuré pendant quelque tems, invisible ; on le revoit, le matin, sortant de ces rayons et s'éloignant du soleil. Son mouvement est rétrograde comme avant sa disparition mais la planète parvenue à vingt degrés de distance, de cet astre, est de nouveau, stationaire, et reprend un mouvement direct ; elle continue de s'éloigner du soleil, jusqu'à la distance de vingt-cinq degrés ; ensuite, elle s'en rapproche, se replonge, le matin, dans les rayons de l'aurore, et reparaît bientôt, le soir, pour reproduire les mêmes phénomènes.

L'étendue des plus grandes digressions de Mercure, ou de ses plus grands écarts de chaque côté du soleil, varie depuis dix-huit jusqu'à trente-deux degrés. La durée de ses oscillations entières, ou de ses retours à la même position, relativement au soleil, varie pareillement depuis cent six jusqu'à cent trente jours ; l'arc moyen de sa rétrogradation est d'environ quinze degrés, et sa durée moyenne est de vingt-trois jours ; mais il y a de grandes différences entre ces quantités, dans les diverses rétrogradations. En général, les lois du

mouvement de Mercure sont fort compliquées ; il n'a pas lieu exactement sur le plan de l'éclip-tique ; quelquefois, la planète s'en écarte au-delà de cinq degrés.

Il a fallu, sans doute, une assez longue suite d'observations, pour reconnaître l'identité de ces deux astres que l'on voyait alternativement, le matin et le soir, s'éloigner et se rapprocher du soleil ; mais comme l'un ne se montrait jamais, que l'autre n'eût disparu ; on jugea enfin que c'était la même planète qui oscillait de chaque côté du soleil.

Le diamètre apparent de Mercure est variable, et ses changemens ont des rapports évidens à sa position relative au soleil, et à la direction de son mouvement. Il est à son *minimum*, quand la planète se plonge, le matin, dans les rayons solaires, ou quand, le soir, elle s'en dégage ; il est à son *maximum*, quand elle se plonge, le soir, dans ces rayons, ou quand elle s'en dégage, le matin. Sa grandeur moyenne est de 21″,3.

Quelquefois, dans l'intervalle de sa disparition, le soir, à sa réapparition, le matin ; on la voit se projetter sur le disque du soleil, sous la forme d'une tache noire qui décrit une corde

de ce disque. On la reconnaît à sa position ; à son diamètre apparent, et à son mouvement rétrograde, conformes à ceux qu'elle doit avoir. Ces passages de Mercure sont de véritables éclipses annulaires du soleil, qui nous prouvent que cette planète en emprunte sa lumière. Vue dans de fortes lunettes, elle présente des phases analogues aux phases de la lune, dirigées comme elles, vers le soleil, et dont l'étendue variable suivant la position de la planète, par rapport à cet astre, et suivant la direction de son mouvement, répand une grande lumière sur la nature de son orbite.

La planète Vénus offre les mêmes phénomènes que Mercure, avec cette différence, que ses phases sont beaucoup plus sensibles, ses oscillations plus étendues, et leur durée plus considérable. Les plus grandes digressions de Vénus varient depuis cinquante jusqu'à cinquante-trois degrés ; et la durée moyenne de ses oscillations entières, est de cinq cents quatre-vingt-quatre jours. La rétrogradation commence ou finit, quand la planète, en se rapprochant, le soir, du soleil, ou en s'en éloignant, le matin, en est distante d'environ trente-deux degrés. L'arc moyen de sa ré-

trogradation, est de dix-huit degrés à-peu-près ; et sa durée moyenne est de quarante-deux jours. Vénus ne se meut point exactement sur le plan de l'écliptique dont elle peut s'écarter de plusieurs degrés.

Comme Mercure, Vénus paraît quelquefois décrire une corde du disque du soleil. Les durées de ses passages sur cet astre, observées à de grandes distances sur la terre, sont très-sensiblement différentes ; ce qui vient de la parallaxe de Vénus, en vertu de laquelle les divers observateurs la rapportent à des points différens du disque solaire, et lui voyent décrire des cordes différentes de ce disque. Dans le passage qui eut lieu en 1769, la différence des durées observées à Otaiti, dans la Mer du Sud, et à Cajanebourg, dans la Laponie Suédoise, a surpassé quinze minutes. Ces durées pouvant être déterminées avec une grande précision, leurs différences donnent fort exactement la parallaxe de Vénus, et par conséquent, sa distance à la terre, au moment de sa conjonction. Une loi remarquable que nous exposerons à la suite des découvertes qui l'ont fait connaître, lie cette parallaxe à celle du soleil et des planètes ; ainsi, l'observation de ces passages, est d'une grande importance

dans l'astronomie. Après s'être succédés dans l'intervalle de huit ans, ils ne reviennent qu'après plus d'un siècle, pour se succéder encore dans le court intervalle de huit ans, et ainsi de suite. Les deux derniers passages sont arrivés en 1761 et 1769; les astronomes se sont répandus dans les pays où il était le plus avantageux de les observer, et c'est de l'ensemble de leurs observations, que l'on a conclu la parallaxe du soleil, de 27″,2, dans sa moyenne distance à la terre.

Les grandes variations du diamètre apparent de Vénus, nous prouvent que sa distance à la terre est très-variable; elle est la plus petite au moment de ses passages sur le soleil, et son diamètre apparent est alors d'environ 177″. La grandeur moyenne de ce diamètre est de 51″,54.

Le mouvement de quelques taches observées à sa surface, indique une rotation dont la durée paraît être d'un jour; mais cet élément a besoin d'être vérifié par de nouvelles observations. L'extrême difficulté d'appercevoir ces taches, dans les plus fortes lunettes, rend ces observations presque impossibles dans nos climats; elles méritent l'attention des observateurs

placés plus au midi, sous un ciel plus favorable.

Vénus surpasse en clarté, les autres planètes et les étoiles; elle est quelquefois si brillante, qu'on la voit en plein jour, à la vue simple. Ce phénomène qui revient assez souvent, ne manque jamais d'exciter une vive surprise; et le vulgaire, dans sa crédule ignorance, le suppose toujours lié aux évènemens remarquables du même tems.

CHAPITRE VI.

De Mars.

Les deux planètes que nous venons de considérer, semblent accompagner le soleil, comme des satellites; et leur moyen mouvement autour de la terre, est le même que celui de cet astre. Les autres planètes s'éloignent du soleil, à toutes les distances angulaires possibles; mais leurs mouvemens ont avec sa position, des raports remarquables.

Mars nous paraît se mouvoir d'occident en

orient, autour de la terre; la durée moyenne de sa révolution sydérale est de 686j.,979579. Son mouvement est fort inégal; quand on commence à revoir, le matin, cette planète, à sa sortie des rayons du soleil, ce mouvement est direct et le plus rapide; il se rallentit peu-à-peu, et devient nul, lorsque la planète est à 152° environ, de distance, du soleil; ensuite il se change dans un mouvement rétrograde dont la vîtesse augmente jusqu'au moment de l'opposition de Mars avec cet astre. Cette vîtesse alors parvenue à son *maximum*, diminue et redevient nulle, lorsque Mars, en se rapprochant du soleil, n'en est plus éloigné que de 152°. Le mouvement reprend ensuite son état direct, après avoir été rétrograde pendant soixante et treize jours, et dans cet intervalle, la planète décrit un arc de rétrogradation, d'environ dix-huit degrés. En continuant de se rapprocher du soleil, elle finit par se plonger, le soir, dans ses rayons. Ces singuliers phénomènes se renouvellent dans toutes les oppositions de Mars, avec des différences assez grandes dans l'étendue et dans la durée des rétrogradations.

Mars ne se meut point exactement sur le plan

de l'écliptique, il s'en écarte quelquefois de plusieurs degrés. Les variations de son diamètre apparent sont fort grandes; il est de 30″ environ, dans son état moyen, et il augmente à mesure que la planète approche de son opposition où il s'élève à 90″. Alors, la parallaxe de Mars devient sensible, et à-peu-près double de celle du soleil. La même loi qui existe entre les parallaxes du soleil et de Vénus, a également lieu entre celles du soleil et de Mars, et l'observation de cette dernière parallaxe, avoit déjà fait connaître d'une manière très-approchée, la parallaxe solaire, avant que les passages de Vénus l'ayent fixée avec plus de précision.

On voit le disque de Mars, changer de forme, et devenir sensiblement oval, suivant sa position relativement au soleil; ces phases prouvent qu'il en reçoit sa lumière. Des taches que l'on observe distinctement à sa surface, ont fait connaître qu'il se meut sur lui-même, d'occident en orient, dans une période de $1^{j.}$,02733, et sur un axe incliné de 66°,33 à l'écliptique.

CHAPITRE VII.

De Jupiter et de ses satellites.

JUPITER se meut d'occident en orient, dans une période de $4332^{j.},602208$; il est assujetti à des inégalités semblables à celles de Mars. Avant l'opposition de la planète au soleil, et lorsqu'elle en est à-peu-près éloignée de cent vingt-huit degrés, son mouvement devient rétrograde ; il augmente de vîtesse, jusqu'au moment de l'opposition, se rallentit ensuite, et reprend son état direct, lorsque la planète, en se rapprochant du soleil, n'en est plus distante que de cent vingt-huit degrés. La durée de ce mouvement rétrograde, est d'environ cent vingt-un jours, et l'arc de rétrogradation est de onze degrés ; mais il y a des différences sensibles dans l'étendue et dans la durée des diverses rétrogradations de Jupiter. Le mouvement de cette planète n'a pas lieu exactement dans le plan de l'écliptique ; elle s'en écarte quelquefois, de trois ou quatre degrés.

On remarque à la surface de Jupiter, plusieurs bandes obscures, sensiblement parallèles entre-

elles et à l'écliptique ; on y observe encore d'autres taches dont le mouvement a fait connaître la rotation de cette planète, d'occident en orient, sur un axe presque perpendiculaire au plan de l'écliptique, et dans une période de $0^{j.}$,41377. Les variations de quelques-unes de ces taches, et les différences sensibles dans les durées de la rotation, conclues de leurs mouvemens, donnent lieu de croire qu'elles ne sont point adhérentes à Jupiter ; elles paraissent être autant de nuages que les vents transportent avec différentes vitesses, dans une atmosphère très-agitée.

Jupiter est, après Vénus, la plus brillante des planètes ; quelquefois même, il la surpasse en clarté. Son diamètre apparent est le plus grand qu'il est possible, dans les oppositions où il s'élève à 149″ ; sa grandeur moyenne est de 120″ dans le sens de l'équateur ; mais il n'est pas égal dans tous les sens. La planète est sensiblement applatie à ses pôles de rotation, et l'on a trouvé par des mesures très-précises, que son diamètre dans le sens des pôles, est à celui de son équateur, à fort peu près dans le rapport de treize à quatorze.

On observe autour de Jupiter, quatre petits astres qui l'accompagnent sans cesse. Leur configuration change à tous momens ; ils oscillent de chaque côté de la planète, et c'est par l'étendue entière des oscillations, que l'on détermine le rang de ces satellites, en nommant *premier satellite*, celui dont l'oscillation est la moins étendue. On les voit quelquefois passer sur le disque de Jupiter, et y projetter leur ombre qui décrit alors une corde de ce disque ; Jupiter et ses satellites sont donc des corps opaques, éclairés par le soleil. En s'interposant entre le soleil et Jupiter, les satellites forment sur cette planète, de véritables éclipses de soleil, parfaitement semblables à celles que la lune produit sur la terre.

Ce phénomène conduit à l'explication d'un autre phénomène que les satellites nous présentent; on les voit souvent disparaître, quoiqu'ils soient encore loin du disque de la planète ; le troisième et le quatrième reparaissent quelquefois, du même côté de ce disque. L'ombre que Jupiter projette derrière lui, relativement au soleil, peut seule expliquer ces disparitions entièrement semblables aux éclipses de lune. Les circonstances qui les accompagnent, ne

laissent aucun doute sur la réalité de cette cause. On voit toujours les satellites disparaître du côté du disque de Jupiter, opposé au soleil, et par conséquent, du même côté que le cône d'ombre qu'il projette ; ils s'éclipsent plus près de ce disque, quand la planète est plus voisine de son opposition; enfin la durée de leurs éclipses répond exactement au tems qu'ils doivent employer à traverser le cône d'ombre de Jupiter. Ainsi les satellites se meuvent d'occident en orient, dans des orbes rentrans autour de cette planète.

L'observation de leurs éclipses, est le moyen le plus exact pour déterminer leurs mouvemens. On a d'une manière très-précise, leurs moyens mouvemens sydéral et synodique, vus du centre de Jupiter ; en comparant les éclipses éloignées d'un grand intervalle, et observées près des oppositions de la planète. On trouve ainsi que le mouvement des satellites de Jupiter est presque circulaire et uniforme, puisque cette hypothèse satisfait d'une manière approchée, aux éclipses dans lesquelles nous voyons cette planète, à la même position relativement au soleil ; on peut donc déterminer à tous les instans, la positiondes satellites vus du centre de Jupiter.

De-là résulte une méthode simple et assez exacte, pour comparer entre elles, les distances de Jupiter et du soleil à la terre, méthode qui manquait aux anciens astronomes; car la parallaxe de Jupiter étant insensible à la précision même des observations modernes, et lorsqu'il est le plus près de nous; ils ne jugeaient de sa distance, que par la durée de sa révolution, en estimant plus éloignées, les planètes dont la révolution est plus longue.

Supposons que l'on ait observé la durée entière d'une éclipse du troisième satellite. Au milieu de l'éclipse, le satellite vu du centre de Jupiter, était à très-peu près, en opposition avec le soleil; sa position sydérale, observée de ce centre, et qu'il est facile de conclure de son moyen mouvement, était donc alors la même que celle du centre de Jupiter vu de celui du soleil. L'observation directe, ou le mouvement connu du soleil, donne la position de la terre vue du centre de cet astre; ainsi, en concevant un triangle formé par les droites qui joignent les centres du soleil, de la terre et de Jupiter, on aura l'angle au soleil, dans ce triangle; l'observation donnera l'angle à la terre; on aura donc à l'instant du milieu de l'éclipse, les dis-

tances rectilignes de Jupiter, à la terre et au soleil, en parties de la distance du soleil à la terre. On trouve par ce moyen, que Jupiter est au moins, cinq fois plus loin de nous que le soleil, quand son diamètre apparent est de 120″. Le diamètre de la terre ne paraîtrait pas sous un angle de 11″, à la même distance; le volume de Jupiter est donc au moins, mille fois plus grand que celui de la terre.

CHAPITRE VIII.

De Saturne, de ses satellites et de son anneau.

LA période du mouvement sydéral de Saturne autour de la terre, est de $10759^{j.},077213$; ce mouvement qui a lieu d'occident en orient, et à fort peu près dans le plan de l'écliptique, est assujetti à des inégalités semblables à celles des mouvemens de Jupiter et de Mars. Il commence et finit d'être rétrograde, lorsque la planète, avant et aprés son opposition, est distante de 121° environ, du soleil; la durée de cette

de cette rétrogradation est à-peu-près de cent trente-neuf jours, et l'arc de rétrogradation est d'environ sept degrés. Au moment de l'opposition, le diamètre de Saturne est à son *maximum* ; sa grandeur moyenne est de $54'',4$.

Saturne présente un phénomène unique dans le systême du monde. On le voit presque toujours au milieu de deux petits corps qui semblent lui adhérer, et dont la figure et la grandeur sont très-variables ; quelquefois même, ils disparaissent, et alors Saturne paraît rond comme les autres planètes. En suivant avec soin, ces singulières apparences, et en les combinant avec les positions de Saturne, relativement au soleil et à la terre ; Huyghens a reconnu qu'elles sont produites par un anneau large et mince qui environne le globe de Saturne, et qui en est séparé de toutes parts. Cet anneau incliné de $34°,8$ au plan de l'écliptique, ne se présente jamais qu'obliquement à la terre, sous la forme d'une ellipse dont la largeur, lorsqu'elle est la plus grande, est à-peu-près la moitié de sa longueur. Dans cette position, son petit axe déborde le disque de la planète. L'ellipse se retrécit de plus en plus, à mesure que le rayon visuel mené de Saturne à la terre, s'abaisse sur

le plan de l'anneau dont l'arc postérieur finit par se cacher derrière la planète ; l'arc antérieur se confond avec elle, mais son ombre projettée sur le disque de Saturne, y forme une bande obscure que l'on observe dans de fortes lunettes, et qui prouve que Saturne et son anneau sont des corps opaques, éclairés par le soleil. Alors on ne distingue plus, que les parties de l'anneau qui s'étendent de chaque côté de Saturne ; ces parties diminuent peu à-peu de largeur ; elles disparaissent enfin quand la terre, en vertu du mouvement de Saturne, est dans le plan de l'anneau dont l'épaisseur est trop mince pour être apperçue. L'anneau disparaît encore, quand le soleil, venant à rencontrer son plan, n'éclaire que son épaisseur. Il continue d'être invisible, tant que son plan se trouve entre le soleil et la terre, et il ne reparaît que lorsque le soleil et la terre se trouvent du même côté de ce plan, en vertu des mouvemens respectifs de Saturne et du soleil.

Le plan de l'anneau, rencontrant l'orbe solaire, à chaque demi-révolution de Saturne ; les phénomènes de sa disparition et de sa réapparition se renouvellent à-peu-près, tous les quinze ans, mais avec des circonstances sou-

vent

vent différentes : il peut y avoir dans la même année, deux apparitions et deux réapparitions, et jamais davantage.

Dans le tems où l'anneau disparaît, son épaisseur nous renvoie la lumière du soleil, mais en trop petite quantité pour être sensible. On conçoit cependant, que, pour l'appercevoir, il suffit d'augmenter la force des télescopes. C'est ce qu'Herschel a éprouvé dans la dernière disparition de l'anneau : il n'a jamais cessé de le voir, lorsqu'il avait disparu pour tous les autres observateurs.

L'inclinaison de l'anneau sur l'écliptique, se mesure par la plus grande ouverture de l'ellipse qu'il nous présente ; la position de ses nœuds peut se déterminer par la situation apparente de Saturne, lorsque l'anneau disparaît ou reparaît, la terre étant dans son plan. Toutes les disparitions et réapparitions, d'où résulte la même position sydérale des nœuds de l'anneau, ont lieu, parce que son plan rencontre la terre ; les autres viennent de la rencontre du même plan par le soleil. On peut donc reconnaître par le lien de Saturne, lorsque l'anneau, reparaît ou disparaît, si ce phénomène dépend de la rencontre de son plan, par le

soleil ou par la terre. Quand ce plan passe par le soleil, la position de ses nœuds donne celle de Saturne vu du centre du soleil, et alors, on peut déterminer la distance rectiligne de Saturne à la terre, comme on détermine celle de Jupiter, au moyen des éclipses de ses satellites. On trouve ainsi que Saturne est environ neuf fois et demi, plus éloigné de nous que le soleil, quand son diamètre apparent est de $54''$,4.

La largeur apparente de l'anneau, est à-peu-près égale à sa distance à la surface de Saturne ; l'une et l'autre paraissent être le tiers du diamètre de cette planète ; mais à cause de l'irradiation, la largeur réelle de l'anneau doit être plus petite. Sa surface n'est pas continue; une bande noire qui lui est concentrique, la sépare en deux parties qui paraissent former deux anneaux distincts. L'observation de quelques points brillans de cet anneau, a fait connaître à Herschel, sa rotation d'occident en orient, dans une période de 0^{j},437, autour d'un axe perpendiculaire à son plan, et passant par le centre de Saturne.

On a observé sept satellites, en mouvement

autour de cette planète, d'occident en orient, et dans des orbes presque circulaires. Les six premiers se meuvent à fort peu près dans le plan de l'anneau; l'orbe du septième approche davantage du plan de l'écliptique. Quand ce satellite est à l'orient de Saturne, sa lumière s'affaiblit au point, qu'il devient très-difficile de l'appercevoir, ce qui ne peut venir que des taches qui couvrent l'hémisphère qu'il nous présente; mais pour nous offrir constamment, dans la même position, ce phénomène; il faut que ce satellite, en cela semblable à la lune, tourne sur lui-même dans un tems égal à celui de sa révolution autour de Saturne. C'est ce qu'Herschel vient de confirmer par l'observation directe de ses taches.

Les diamètres de Saturne ne sont pas égaux entr'eux; celui qui est perpendiculaire au plan de l'anneau, paraît plus petit d'un onzième au moins, que le diamètre situé dans ce plan. Si l'on compare cet applatissement, à celui de Jupiter, on peut en conclure, avec beaucoup de vraisemblance, que Saturne tourne rapidement autour du plus petit de ses diamètres, et que l'anneau se meut dans le plan de son équateur. Herschel vient encore

de confirmer ce résultat, par des observations directes. Il a trouvé la durée de la rotation de Saturne, de $o^{j.}$,428 ; cette rotation a lieu comme tous les mouvemens du systême planétaire, d'occident en orient. Herschel a de plus observé sur la surface de cette planète, cinq bandes à-peu-près parallèles à son équateur.

CHAPITRE IX.

D'Uranus et de ses satellites.

Les cinq planètes que nous venons de considérer, ont été connues dans la plus haute antiquité. La planète Uranus avait échappé, par sa petitesse, aux anciens observateurs. Flamsteed, à la fin du dernier siècle, Mayer et le Monnier, dans celui-ci, l'avaient déjà observée comme une petite étoile ; mais ce n'est qu'en 1781, qu'Herschel a reconnu son mouvement, et bientôt après, en suivant cet astre avec soin, on s'est assuré qu'il est une vraie planète. Comme Mars, Jupiter et Saturne, Uranus se meut d'occident en orient, autour de la terre ; la durée de sa révolution sydérale est

de 30689$^{j.}$,00 ; son mouvement qui a lieu à fort peu près dans le plan de l'écliptique, commence à être rétrograde, lorsqu'avant l'opposition, la planète est à 115° de distance du soleil ; il finit de l'être, quand, après l'opposition, la planète, en se rapprochant du soleil, n'en est plus éloignée que de 115°. La durée de sa rétrogradation est d'environ 151 jours, et l'arc de rétrogradation est de quatre degrés. Si l'on juge de la distance d'Uranus, par la lenteur de son mouvement ; il doit être aux confins du systême planétaire. Son diamètre apparent est très-petit, et s'élève à peine à douze secondes. Herschel, au moyen d'un très-fort télescope, a reconnu deux satellites en mouvement autour de cette planète, dans des orbes presque circulaires, et à-peu-près perpendiculaires au plan de l'écliptique.

CHAPITRE X.

Des Comètes.

SOUVENT on voit des astres qui, d'abord presque imperceptibles, augmentent de grandeur et de vîtesse, ensuite diminuent, et cessent enfin d'être visibles. Ces astres que l'on nomme *comètes*, paraissent presque toujours, accompagnés d'une nébulosité qui, en croissant, se termine quelquefois, dans une queue d'une grande étendue, dont la matière est fort rare, puisque l'on apperçoit les étoiles au travers. L'apparition des comètes suivies de ces longues traînées de lumière, a, pendant longtems, effrayé les hommes, toujours frappés des événemens extraordinaires dont les causes leur sont inconnues. La lumière des sciences a dissipé ces vaines terreurs que les comètes, les éclipses et beaucoup d'autres phénomènes inspiraient dans les siècles d'ignorance.

La phase observée dans la comète de 1744, dont on n'appercevait que la moitié du disque éclairé, prouve que ces astres sont des corps opaques qui empruntent leur lumière du soleil.

Les comètes participent, comme tous les astres, au mouvement diurne du ciel; et cela joint à la petitesse de leur parallaxe, fait voir que ce ne sont point des météores engendrés dans notre atmosphère. Leurs mouvemens propres sont très-compliqués; ils ont lieu dans tous les sens, et ils n'affectent point, comme ceux des planètes, la direction d'occident en orient, et des plans peu inclinés à l'écliptique.

CHAPITRE XI.

Des Etoiles et de leurs mouvemens.

La parallaxe des étoiles est insensible; vus dans les plus forts télescopes, leurs disques se réduisent à des points lumineux; en cela, ces astres diffèrent des planètes dont les télescopes augmentent la grandeur apparente. La petitesse du diamètre apparent des étoiles, est prouvée, sur-tout, par le peu de tems qu'elles mettent à disparaître dans leurs occultations

par la lune, et qui n'étant pas d'une seconde, indique que ce diamètre est au-dessous de cinq secondes de degré. La vivacité de la lumière des plus brillantes étoiles, comparée à la petitesse de leur disque apparent, nous porte à croire qu'elles sont beaucoup plus éloignées de nous, que les planètes, et qu'elles n'empruntent point, comme elles, leur clarté du soleil, mais qu'elles sont lumineuses par elles-mêmes; et comme les étoiles les plus petites sont assujetties aux mêmes mouvemens que les plus brillantes, et conservent une position constante entr'elles; il est très-vraisemblable que tous ces astres sont de la même nature, et que ce sont autant de corps lumineux, plus ou moins gros, et placés plus ou moins loin au-delà des limites du système planétaire.

On observe des variations périodiques, dans l'intensité de la lumière de plusieurs étoiles que l'on nomme pour cela, *changeantes*. Quelquefois, on a vu des étoiles se montrer presque tout-à-coup, et disparaître après avoir brillé du plus vif éclat. Telle fut la fameuse étoile observée en 1572, dans la constellation de Cassiopée: en peu de tems, elle surpassa la clarté

des plus belles étoiles, et de Jupiter même ; sa lumière s'affaiblit ensuite, et elle disparut entièrement, seize mois après sa découverte, sans avoir changé de place dans le ciel. Sa couleur éprouva des variations considérables : elle fut d'abord d'un blanc éclatant, ensuite d'un jaune rougeâtre, et enfin d'un blanc plombé. Quelle est la cause de ces phénomènes? des taches très-étendues que les étoiles nous présentent périodiquement en tournant sur elles-mêmes, à-peu-près comme le dernier satellite de Saturne, et l'interposition de grands corps opaques qui circulent autour d'elles, suffisent pour expliquer les variations périodiques des étoiles changeantes. Quant aux étoiles qui se sont montrées presque subitement avec une très-vive lumière, pour disparaître ensuite ; on peut soupçonner avec vraisemblance, que de grands incendies occasionnés par des causes extraordinaires, ont eu lieu à leur surface ; et ce soupçon se confirme par le changement de leur couleur, analogue à celui que nous offrent sur la terre, les corps que nous voyons s'enflammer et s'éteindre.

Une lumière blanche, de forme irrégulière, et à laquelle on a donné le nom de *voie lactée*,

entoure le ciel en forme de ceinture. On y découvre, au moyen du télescope, un si grand nombre de petites étoiles ; qu'il est très-probable que la voie lactée n'est que la réunion de ces étoiles qui nous paraissent assez rapprochées, pour former une lumière continue. On observe encore, dans diverses parties du ciel, de petites blancheurs qui semblent être de la même nature que la voie lactée ; plusieurs d'entr'elles, vues dans le télescope, offrent également la réunion d'un grand nombre d'étoiles ; d'autres ne présentent qu'une lumière blanche et continue, peut-être, à cause de leur grande distance qui confond la lumière des étoiles dont elles sont formées. Ces blancheurs se nomment *nébuleuses*.

L'immobilité respective des étoiles a déterminé les astronomes à leur rapporter, comme à autant de points fixes, les mouvemens propres des autres corps célestes ; mais pour cela, il était nécessaire de les classer, afin de les reconnaître ; et c'est dans cette vue, que l'on a partagé le ciel en divers groupes d'étoiles, nommés *constellations*. Il fallait encore avoir avec précision, la position des étoiles sur la

sphère céleste, et voici comme on y est parvenu.

On a imaginé par les deux pôles du monde, et par le centre d'un astre quelconque, un grand cercle que l'on a nommé cercle de *déclinaison*, et qui coupe perpendiculairement l'équateur. L'arc de ce cercle, compris entre l'équateur et le centre de l'astre, mesure sa déclinaison qui est *boréale* ou *australe*, suivant la dénomination du pôle dont il est le plus près.

Tous les astres situés sur le même parallèle à l'équateur, ayan la même déclinaison; il faut, pour déterminer leur position, un nouvel élément. On a choisi pour cela, l'arc de l'équateur, compris entre le cercle de déclinaison et l'équinoxe du printems. Cet arc compté de cet équinoxe, dans le sens du mouvement propre du soleil, c'est-à-dire d'occident en orient, est ce que l'on nomme *ascension droite*: ainsi, la position des astres est déterminée par leur ascension droite et par leur déclinaison.

La hauteur méridienne d'un astre, comparée à la hauteur du pôle, donne sa distance à l'équateur, ou sa déclinaison. La détermination de son ascension droite, offrait plus de

difficultés aux anciens astronomes, à cause de l'impossibilité où ils étaient de comparer directement les étoiles au soleil. La lune pouvant être comparée, le jour, au soleil, et la nuit, aux étoiles ; ils s'en servirent comme d'un intermédiaire, pour mesurer la différence d'ascension droite du soleil et des étoiles, en ayant égard aux mouvemens propres de la lune et du soleil, dans l'intervalle des observations. La théorie du soleil, donnant ensuite son ascension droite ; ils en conclurent celles de quelques étoiles principales auxquelles ils rapportèrent les autres. C'est par ce moyen qu'Hypparque forma le premier catalogue d'étoiles, dont nous ayons connaissance. Long-tems après, on donna plus de précision à cette méthode, en employant, au lieu de la lune, la planète Vénus que l'on peut quelquefois appercevoir en plein jour, et dont le mouvement, pendant un court intervalle de tems, est plus lent et moins inégal, que le mouvement lunaire. Maintenant que l'application importante du pendule aux horloges, fournit une mesure du tems, très-précise ; nous pouvons déterminer directement, et avec une exactitude bien supérieure à celle des anciens astronomes, la différence d'ascen-

sion droite d'un astre et du soleil, par le tems écoulé entre leurs passages au méridien.

On peut, d'une manière semblable, rapporter la position des astres, à l'écliptique; ce qui est principalement utile dans la théorie de la lune et des planètes. Par le centre de l'astre, on imagine un grand cercle perpendiculaire au plan de l'écliptique, et que l'on nomme cercle de *latitude*. L'arc de ce cercle, compris entre l'écliptique et l'astre, mesure sa latitude qui est boréale ou australe, suivant la dénomination du pôle situé du même côté de l'écliptique. L'arc de l'écliptique, compris entre le cercle de latitude et l'équinoxe du printems, et compté de cet équinoxe, d'occident en orient, est ce que l'on nomme *longitude* de l'astre dont la position est ainsi déterminée par sa longitude et par sa latitude. On conçoit facilement que l'inclinaison de l'écliptique à l'équateur, étant connue; la longitude et la latitude d'un astre, peuvent se déduire de son ascension droite et de sa déclinaison observées.

Il n'a fallu que peu d'années, pour reconnaître la variation des étoiles, en ascension droite et en déclinaison. Bientôt, on remarqua qu'en changeant de position relativement à

l'équateur, elles conservaient la même latitude sur l'écliptique, et l'on en conclud que leurs variations en ascension droite et en déclinaison, ne sont dus qu'au mouvement de la sphère céleste, autour des pôles de l'écliptique. On peut encore représenter ces variations, en supposant les étoiles immobiles, et en faisant mouvoir les pôles de l'équateur, autour de ceux de l'écliptique. Dans ce mouvement, l'inclinaison de l'équateur à l'écliptique, reste la même, et ses nœuds où les équinoxes rétrogradent uniformément, de 155″,09 par année. On a vu précedemment, que cette rétrogradation des équinoxes, rend l'année tropique, un peu plus courte que l'année sydérale; ainsi, la différence des deux années sydérale et tropique, et les variations des étoiles en ascension droite et en déclinaison, dépenden de ce mouvement. par lequel le pôle de l'équateur décrit annuellement, un arc de 155″,09 d'un petit cercle de la sphère céleste, parallèle à l'écliptique. C'est en cela que consiste le phénomène connu sous le nom de *précession des équinoxes*.

La précision dont l'astronomie moderne est principalement redevable à l'application des lunettes aux instrumens astronomiques, et à

celle du pendule aux horloges, a fait apperce-voir de petites inégalités périodiques, dans l'inclinaison de l'équateur à l'écliptique, et dans la précession des équinoxes. Bradley qui les a découvertes, et qui les a suivies avec un soin extrême, pendant plusieurs années, est parvenu à en déterminer la loi qui peut être représentée de la manière suivante.

On conçoit le pôle de l'équateur, mû sur la circonférence d'une petite ellipse tangente à la sphère céleste, et dont le centre que l'on peut regarder comme le pôle moyen de l'équateur, décrit uniformément chaque année, 155″,09 du parallèle à l'écliptique, sur lequel il est situé. Le grand axe de cette ellipse, toujours tangent au cercle de latitude, et dans le plan de ce grand cercle, sous-tend un angle d'environ 62″,2, et le petit axe sous-tend un angle de 46″,3. La situation du vrai pôle de l'équateur, sur cette ellipse, se détermine ainsi. On imagine sur le plan de l'ellipse, un petit cercle qui a le même centre, et dont le diamètre est égal à son grand axe; on conçoit encore un rayon de ce cercle, mû uniformément d'un mouvement rétrograde, de manière que ce rayon coïncide avec la moitié du grand

axe, la plus voisine de l'écliptique, toutes les fois que le nœud moyen ascendant de l'orbe lunaire, coïncide avec l'équinoxe du printems; enfin, de l'extrémité de ce rayon mobile, on abaisse une perpendiculaire sur le grand axe de l'ellipse; le point où cette perpendiculaire coupe la circonférence de cette ellipse, est le lieu du vrai pôle de l'équateur. Ce mouvement du pôle s'appelle *nutation.*

Les étoiles, en vertu des mouvemens que nous venons de décrire, conservent entr'elles une position constante; mais l'illustre observateur à qui l'on doit la découverte de la nutation, a reconnu dans tous ces astres, un mouvement général et périodique qui altère un peu leurs positions respectives. Pour se représenter ce mouvement, il faut imaginer que chaque étoile décrit annuellement une petite circonférence parallèle à l'écliptique, dont le centre est la position moyenne de l'étoile, et dont le diamètre, vu de la terre, sous-tend un angle de 125″; et qu'elle se meut sur cette circonférence, comme le soleil dans son orbite, de manière cependant que le soleil soit constamment plus avancé qu'elle, de cent degrés. Cette circonférence, en se projettant

sur

sur la surface du ciel, paraît sous la forme d'une ellipse plus ou moins applatie, suivant la hauteur de l'étoile au-dessus de l'écliptique ; le petit axe de l'ellipse, étant au grand axe, comme le sinus de cette hauteur, est au rayon. De-là naissent toutes les variétés de ce mouvement périodique des étoiles, que l'on nomme *aberration.*

Indépendamment de ces mouvemens généraux, plusieurs étoiles ont des mouvemens particuliers, très-lents, mais que la suite des tems a rendus sensibles, et qui donnent lieu de croire que toutes les étoiles ont des mouvemens semblables qui se développeront dans les siècles suivans. Ils ont été jusqu'ici, principalement remarquables dans Syrius et Arcturus, deux des plus brillantes étoiles.

BIBLIOTHÈQUE NATIONALE IMPRIMÉS R.F.

CHAPITRE XII.

De la figure de la terre, et de la variation de la pesanteur à sa surface.

REVENONS du ciel, sur la terre, et voyons ce que les observations nous ont appris sur ses dimensions et sur sa figure. On a déjà vu que la terre est à très-peu-près sphérique; la pesanteur par-tout dirigée vers son centre, retient les corps à sa surface sur laquelle ils s'appuient, quoique dans les lieux diamétralement opposés, ou antipodes, les uns à l'égard des autres, ils aient des positions contraires. Le ciel et les étoiles paraissent toujours au-dessus de la terre; car l'élevation et l'abaissement ne sont relatifs qu'à la direction de la pesanteur.

Du moment où l'homme eut reconnu la sphéricité du globe qu'il habite, sa curiosité dut le porter à mesurer ses dimensions; il est donc vraisemblable que les premières tentatives sur cet objet, remontent à des tems bien antérieurs à ceux dont l'histoire nous a conservé le

souvenir, et qu'elles ont été perdues dans les révolutions physiques et morales que la terre a éprouvées. Les rapports que plusieurs mesures de la plus haute antiquité, ont entr'elles et avec la longueur de la circonférence terrestre, viennent à l'appui de cette conjecture, et semblent indiquer, non-seulement, que dans des tems forts anciens, cette mesure a été exactement connue, mais qu'elle a servi de base à un systême complet de mesures, dont on retrouve des vestiges en Egypte et dans l'Asie. Quoiqu'il en soit, la première mesure précise de la terre, dont nous ayons une connaissance certaine, est celle que Picard exécuta en France, vers la fin du dernier siècle, et qui, depuis, a été vérifiée plusieurs fois. Cette opération est facile à concevoir. En s'avançant vers le nord, on voit le pôle s'élever de plus en plus; la hauteur méridienne des étoiles situées au nord, augmente, et celle des étoiles situées au midi, diminue; quelques-unes même, deviennent invisibles. La première notion de la courbure de la terre, est due, sans doute, à l'observation de ces phénomènes qui ne pouvaient pas manquer de fixer l'attention des hommes, dans les premiers âges des sociétés, où l'on ne distin-

guait les saisons et leur retour, que par le lever et le coucher des principales étoiles, comparés à ceux du soleil. L'élévation ou la dépression des étoiles fait connaître l'angle que les verticales élevées aux extrêmités de l'arc parcouru sur la terre, forment au point de leur concours; car cet angle est évidemment égal à la difference des hauteurs méridiennes d'une même étoile, moins l'angle sous lequel on verrait du centre de l'étoile, l'espace parcouru, et l'on s'est assuré que ce dernier angle est insensible. Il ne s'agit plus ensuite, que de mesurer cet espace; il serait long et pénible d'appliquer nos mesures sur une aussi grande étendue; il est beaucoup plus simple d'en lier, par une suite de triangles, les extrémités à celles d'une base de trente ou quarante mille pieds, et vu la précision avec laquelle on peut déterminer les angles de ces triangles, on a très-exactement sa longueur. C'est ainsi que l'on a mesuré l'arc du méridien terrestre, qui traverse la France depuis Dunkerque jusqu'à Perpignan; la partie de cet arc, correspondante à la centième partie de l'angle droit, et coupée dans son milieu, par le parallèle moyen entre le pôle et l'équateur, a été trouvée de $307945^{pi.},8$.

De toutes les figures rentrantes, la figure sphérique est la plus simple, puisqu'elle ne dépend que d'un seul élément, la grandeur de son rayon. Le penchant naturel à l'esprit humain, de supposer aux objets, la forme qu'il conçoit le plus aisément, le porta donc à donner une forme sphérique, à la terre. Mais la simplicité de la nature ne doit pas toujours se mesurer par celle de nos conceptions. Infiniment variée dans ses effets, la nature n'est simple que dans ses causes, et son économie consiste à produire un grand nombre de phénomènes souvent très-compliqués, au moyen d'un petit nombre de lois générales. La figure de la terre est un résultat de ces lois qui, modifiées par mille circonstances, peuvent l'écarter sensiblement de la sphère. De petites variations observées dans la grandeur des degrés en France, indiquaient ces écarts; mais les erreurs inévitables des observations, laissaient des doutes sur cet intéressant phénomène, et l'académie des sciences, dans le sein de laquelle cette grande question fut vivement agitée, jugea avec raison, que la difference des degrés terrestres, si elle était réelle, se manifesterait principalement dans la comparaison des degrés

mesurés à l'équateur et vers les pôles. Elle envoya des académiciens à l'équateur même, et ils y trouvèrent le degré du méridien, égal à $3o6466^{pi.},2$, plus petit de $1479^{pi.},6$, que le degré correspondant au parallèle moyen. D'autres académiciens se transportèrent au nord, à $73^{o},7$ environ, de latitude, et le degré du méridien y fut observé de $3o9987^{pi.},o$, plus grand de $3520^{pi.},8$, qu'à l'équateur. Ainsi, l'accroissement des degrés des méridiens, de l'équateur aux pôles, fut incontestablement prouvé par ces mesures, et il fut reconnu que la terre n'est pas exactement sphérique.

Ces voyages fameux des académiciens français, ayant dirigé vers cet objet, l'attention des observateurs; de nouveaux degrés des méridiens furent mesurés en Italie, en Allemagne, en Afrique et en Pensylvanie. Toutes ces mesures concourent à indiquer un accroissement dans les degrés, de l'équateur aux pôles.

L'ellipse étant, après le cercle, la plus simple des courbes rentrantes; on regarda la terre, comme un solide formé par la révolution d'une ellipse autour de son petit axe. Son applatissement dans le sens des pôles, est une suite

nécessaire de l'accroissement observé des degrés des méridiens, de l'équateur aux pôles.

Les rayons de ces degrés étant dans la direction de la pesanteur, ils sont, par la loi de l'équilibre des fluides, perpendiculaires à la surface des mers dont la terre est, en grande partie, recouverte. Ils n'aboutissent pas, comme dans la sphère, au centre de l'ellipsoïde; ils n'ont ni la même direction, ni la même grandeur que les rayons menés de ce centre à la surface, et qui la coupent obliquement, par-tout ailleurs qu'à l'équateur et aux pôles. La rencontre de deux verticales voisines, situées sous le même méridien, est le centre du petit arc terrestre qu'elles comprennent entr'elles; si cet arc était une droite, ces verticales seraient parallèles, ou ne se rencontreraient qu'à une distance infinie; mais à mesure qu'on le courbe, elles se rencontrent à une distance d'autant moindre, que sa courbure devient plus grande; ainsi, l'extrémité du petit axe étant le point où l'ellipse approche le plus de se confondre avec une ligne droite, le rayon du degré du pôle, et par conséquent, ce degré lui-même, est le plus considérable de tous. C'est le contraire, à l'extrémité du grand axe de l'ellipse, à l'équa-

teur où la courbure étant la plus grande, le degré dans le sens du méridien, est le plus petit. En allant du second au premier de ces extrêmes, les degrés vont en augmentant, et si l'ellipse est peu applatie, leur accroissement est à très-peu près proportionnel au quarré du sinus de la hauteur du pôle sur l'horison.

La mesure de deux degrés, dans le sens du méridien, suffit pour déterminer les deux axes de l'ellipse génératrice, et par conséquent, la figure de la terre supposée elliptique. Si cette hypothèse est celle de la nature, on doit trouver à-peu-près le même rapport entre ces axes, en comparant, deux à deux, les degrés de France, du nord et de l'équateur; mais leur comparaison donne, à cet égard, des differences qu'il est difficile d'attribuer aux seules erreurs des observations. On nomme *applatissement* ou *ellipticité* d'un sphéroïde elliptique, l'excès de l'axe de l'équateur sur celui du pôle, pris pour unité; or, les degrés du nord et de France donnent $\frac{1}{355}$ pour l'ellipticité de la terre, que les degrés de France et de l'équateur, donnent égale à $\frac{1}{312}$; il paraît donc que la terre est sensiblement differente d'un ellipsoïde. Il y a même, lieu de croire qu'elle n'est pas un solide de révolution,

et que ses deux hémisphères ne sont pas semblables de chaque côté de l'équateur. Le degré mesuré au Cap de Bonne-Espérance, à la latitude australe de 37°,00, a été trouvé de $307999^{pi.}$,8, le même, à fort peu près, que celui de France, sous le parallèle de 50°, et plus grand que celui qui a été mesuré en Pensylvanie, à la latitude 43°,56, et dont la longueur n'est que de $307195^{pi.}$,2. Le degré du Cap est encore plus grand que le degré mesuré en Italie, à la latitude de 47°,80, et qui a été trouvé de $307686^{pi.}$,6. Cependant, il devrait être plus petit que tous ces degrés, si la terre était un solide régulier de révolution, formé de deux hémisphères semblables; tout nous porte donc à croire que cela n'est pas. Voyons qu'elle est alors, la nature des méridiens terrestres.

Le méridien céleste, que déterminent les observations astronomiques, est formé par un plan qui passe par l'axe du monde, et par le zénith de l'observateur; puisque ce plan coupe en parties égales, les arcs des parallèles à l'équateur, que les étoiles décrivent sur l'horison. Tous les lieux de la terre qui ont leur zénith sur la circonférence de ce méridien, forment

le méridien terrestre correspondant.. Vu l'immense distance des étoiles, les verticales élevées de chacun de ces lieux, peuvent être censées parallèles au plan du méridien céleste; on peut donc définir le méridien terrestre, une courbe formée par la jonction des pieds de toutes les verticales parallèles au plan du méridien céleste. Cette courbe est toute entière dans ce plan, lorsque la terre est un solide de révolution; dans tout autre cas, elle s'en écarte, et généralement, elle est une de ces lignes que les géomètres ont nommées *courbes à double courbure*.

Le méridien terrestre n'est pas exactement la ligne que déterminent les mesures trigonométriques, dans le sens du méridien céleste. Le premier côté de la ligne mesurée, est tangent à la surface de la terre, et parallèle au plan du méridien céleste. Si l'on prolonge ce côté jusqu'à la rencontre d'une verticale infiniment voisine, et qu'ensuite on plie ce prolongement jusqu'au pied de la verticale, on formera le second côté de la courbe, et ainsi des autres. La ligne ainsi tracée est la plus courte que l'on puisse mener sur la surface de la terre, entre deux points quelconques pris

sur cette ligne ; elle n'est pas dans le plan du méridien céleste, et ne se confond avec le méridien terrestre, que dans le cas où la terre est un solide de révolution ; mais la différence entre la longueur de cette ligne et celle de l'arc correspondant du méridien terrestre, est si petite, qu'elle peut être négligée sans erreur sensible.

Quelle que soit la nature des méridiens terrestres ; par cela seul que leurs degrés vont en diminuant, des pôles à l'équateur, la terre est applatie dans le sens de ses pôles, c'est-à-dire, que l'axe des pôles est moindre que le diamètre de l'équateur. Pour le faire voir, supposons que la terre soit un solide de révolution, et représentons-nous le rayon du degré du pôle boréal, et la suite de tous ces rayons depuis le pôle jusqu'à l'équateur, rayons qui, par la supposition, diminuent sans cesse. Il est visible que ces rayons forment par leurs intersections consécutives, une courbe qui, d'abord tangente à l'axe du pôle, s'en écarte en tournant vers lui, sa convexité, et en s'élevant vers le pôle, jusqu'à ce que le rayon du degré du méridien, prenne une direction perpendiculaire à la première ; alors, il sera dans le plan de

l'équateur. Si l'on conçoit le rayon du degré pôlaire, flexible, et enveloppant successivement les arcs de la courbe que nous venons de considérer; son extrêmité décrira le méridien tetrestre, et sa partie interceptée entre le méridien et la courbe, sera le rayon correspondant du degré du méridien. Cette courbe est ce que les géomètres nomment *développée* du méridien. Considérons maintenant, comme le centre de la terre, l'intersection du diamètre de l'équateur et de l'axe du pôle; la somme des deux tangentes, à la développée du méridien, menées de ce centre, la première, suivant l'axe du pôle, et la seconde, suivant le diamètre de l'equateur, sera plus grande que l'arc de la développée qu'elles comprennent entr'elles; or, le rayon mené du centre de la terre, au pôle boréal, est égal au rayon du degré pôlaire, moins la première tangente; le demi diamètre de l'équateur est égal au rayon du degré du méridien à l'équateur, plus la seconde tangente; l'excès du demi diamètre de l'équateur sur le rayon terrestre du pôle, est donc égal à la somme de ces tangentes, moins l'excès du rayon du degré pôlaire, sur le rayon du degré du méridien à l'équateur;

ce dernier excès est l'arc même de la développée, arc qui est moindre que la somme des tangentes extrêmes; donc l'excès du demi diamètre de l'équateur, sur le rayon mené du centre de la terre, au pôle boréal, est positif. On prouvera de même, que l'excès du demi diamètre de l'équateur, sur le rayon mené du centre de la terre, au pôle austral, est positif; l'axe entier des pôles est donc moindre que le diamètre de l'équateur, ou, ce qui revient au même, la terre est applatie dans le sens des pôles.

En considérant chaque partie du méridien, comme un arc très-petit de sa circonférence osculatrice, il est facile de voir que le rayon mené du centre de la terre, à l'extrêmité de l'arc, la plus voisine du pôle, est plus petit que le rayon mené du même centre, à l'autre extrêmité; d'où il suit que les rayons terrestres vont en croissant, des pôles à l'équateur, si, comme toutes les observations l'indiquent, les degrés du méridien augmentent de l'équateur aux pôles.

La différence des rayons des degrés du méridien, au pôle et à l'équateur, est égale à la différence des rayons terrestres correspondans,

plus à l'excès du double de la développée, sur la somme des deux tangentes extrêmes, excès qui est évidemment positif ; ainsi, les degrés des méridiens croissent de l'équateur aux pôles, dans un plus grand rapport que celui de la diminution des rayons terrestres.

Il est clair que ces démonstrations ont encore lieu, dans le cas où les deux hémisphères boréal et austral, ne seraient pas égaux et semblables, et il est facile de les étendre au cas où la terre ne serait pas un solide de révolution.

On a élevé des principaux lieux de la France, sur la ligne que l'on a regardée comme la méridienne de l'observatoire de Paris, des courbes tracées de la même manière que cette ligne, avec cette différence, que le premier côté toujours tangent à la surface de la terre, au lieu d'être parallèle au plan du meridien céleste de l'observatoire de Paris, lui est perpendiculaire. C'est par la longueur de ces courbes, et par la distance de l'observatoire, aux points où elles rencontrent la méridienne, que les positions de ces lieux ont été déterminées. Ce travail, le plus utile que l'on ait fait en géographie, est un modèle que chaque nation éclairée s'empressera, sans doute, d'imiter.

On ne peut lier ainsi, les uns aux autres, que des objets peu éloignés entr'eux ; pour fixer les positions respectives des lieux séparés par de grandes distances et par les mers, il faut recourir aux observations célestes. La connaissance de ces positions, est un des plus grands avantages que l'astronomie nous ait procurés. Pour y parvenir, on a suivi la méthode dont on avait fait usage pour former le catalogue des étoiles, en concevant sur la surface terrestre, des cercles semblables à ceux que l'on avait imaginés à la surface du ciel. Ainsi, l'axe de l'équateur céleste traverse la surface de la terre, dans deux points diamétralement opposés, qui ont chacun, à leur zénith, un des pôles du monde, et que l'on peut considérer comme les pôles de la terre. L'intersection du plan de l'équateur céleste avec cette surface, est une circonférence qui peut être regardée comme l'équateur terrestre ; les intersections de tous les plans des méridiens célestes, avec la même surface, sont autant de lignes courbes qui se réunissent aux pôles, et qui sont les méridiens terrestres correspondans, si la terre est un solide de révolution, ce que l'on peut supposer en géographie, sans erreur sensible. Enfin, de petites circonférences tracées de l'équateur aux pôles sur la

terre, parallèlement à l'équateur, sont les parallèles terrestres, et celui d'un lieu quelconque, répond au parallèle céleste qui passe par son zénith.

La position d'un lieu sur la terre, est déterminée par sa distance à l'équateur, ou par l'arc du méridien terrestre, compris entre son parallèle et l'équateur, et par l'angle que forme son meridien, avec un premier méridien dont la position est arbitraire, et auquel on rapporte tous les autres. La distance à l'équateur, dépend de l'angle compris entre le zénith et l'équateur céleste, et cet angle est évidemment égal à la hauteur du pôle sur l'horison ; cette hauteur est ce que l'on nomme *latitude* en géographie. La *longitude* est l'angle que le méridien d'un lieu fait avec le premier méridien; c'est l'arc de l'équateur, compris entre les deux méridiens. Elle est orientale ou occidentale, suivant que le lieu est à l'orient ou à l'occident du premier méridien.

L'observation de la hauteur du pôle donne la latitude; la longitude se détermine au moyen d'un phénomène céleste observé à-la-fois sur les méridiens dont on cherche la position respective. L'instant du midi n'est pas le même sur ces méridiens ; si celui d'où l'on compte

les

les longitudes, est à l'orient de celui dont on cherche la longitude, le soleil y parviendra plutôt au méridien céleste; si, par exemple, l'angle formé par les méridiens terrestres, est le quart de la circonférence, la difference entre les instans de midi, sur ces méridiens, sera le quart du jour. Supposons donc que sur chacun d'eux, on observe un phénomène qui arrive au même instant physique pour tous les lieux de la terre, tel que le commencement ou la fin d'une éclipse de lune, ou des satellites de Jupiter; la différence des heures que compteront les observateurs, au moment du phénomène, sera au jour entier, comme l'angle formé par les deux méridiens, est à la circonférence. Les éclipses de soleil, et les occultations des étoiles par la lune, fournissent des moyens plus exacts, pour avoir les longitudes, par la precision avec laquelle on peut observer le commencement et la fin de ces phénomènes; ils n'arrivent pas, à la verité, au même instant physique, pour tous les lieux de la terre; mais les elemens du mouvement lunaire sont suffisamment connus, pour tenir exactement compte de cette différence.

Il n'est pas necessaire, pour déterminer la

longitude d'un lieu, que le phénomène céleste observé, le soit en même-tems sous le premier méridien ; il suffit qu'on l'observe sous un méridien dont la position avec le premier méridien, soit connue. C'est ainsi qu'en liant les méridiens, les uns aux autres ; on est parvenu à déterminer la position des points les plus éloignés sur la terre.

Déjà, les longitudes et les latitudes d'un grand nombre de lieux, ont été déterminées par des observations astronomiques ; de grandes erreurs sur la position et l'étendue des pays anciennement connus, ont été corrigées ; on a fixé la position des nouvelles contrées que l'intérêt du commerce et l'amour des sciences, ont fait découvrir ; mais quoique les voyages entrepris dans ces derniers tems, aient considérablement accru nos connoissances géographiques, il reste beaucoup à découvrir encore. L'intérieur de l'Afrique, et celui de l'Amérique, renferment des pays immenses entièrement inconnus ; nous n'avons que des relations incertaines et souvent contradictoires, sur beaucoup d'autres à l'égard desquels la géographie livrée, jusqu'ici, au hasard des conjectures, attend de

nouvelles lumières, de l'astronomie, pour fixer irrévocablement, leur position.

C'est principalement au navigateur, lorsqu'au milieu des mers, il n'a pour guide, que les astres et sa boussole; qu'il importe de connaître sa position, celle des lieux où il doit aborder, et des écueils qui se rencontrent sur sa route. Il peut aisément connaître sa latitude, par l'observation des astres; mais le ciel, en vertu de son mouvement diurne, se présentant dans un jour, à-peu-près de la même manière, à tous les points de son parallèle; il est difficile au navigateur, de fixer le point auquel il répond. Pour suppléer aux observations célestes, il mesure sa vîtesse et la direction de son mouvement; il en conclud sa marche dans le sens des parallèles, et en la comparant avec ses latitudes observées, il détermine sa longitude relativement au lieu de son départ. L'inexactitude de cette méthode, l'expose à des erreurs qui peuvent lui devenir funestes, quand il s'abandonne aux vents, pendant la nuit, près des côtes ou des bancs dont il se croit encore éloigné par son estime. C'est pour le mettre à l'abri de ces dangers, qu'aussitôt que les progrès des arts et de l'astronomie ont pu faire espérer

des méthodes pour avoir les longitudes à la mer ; les nations commerçantes se sont empressées de diriger par de puissans encouragemens, les vues des savans et des artistes, sur cet important objet. Leurs vœux ont été remplis par l'invention des montres marines, et par l'exactitude à laquelle on a porté les tables du mouvement lunaire ; deux moyens bons en eux-mêmes, et qui deviennent encore meilleurs, en se prêtant un mutuel appui.

Une montre bien réglée dans un port dont la position est connue, et qui, transportée sur un vaisseau, conserverait la même marche ; indiquerait, à chaque instant, l'heure que l'on compte dans ce port. En la comparant à celle que l'on observe à la mer; le rapport de la différence de ces heures, au jour entier, serait, comme on l'a vu, celui de la différence des longitudes correspondantes, à la circonférence. Mais il était difficile d'avoir de pareilles montres ; les mouvemens irréguliers du vaisseau, les variations de la température, et les frottemens inévitables et très-sensibles dans des machines aussi délicates, étaient autant d'obstacles qui s'opposaient à leur exactitude. On est heureusement parvenu à les vaincre, et à

exécuter des montres qui, pendant plusieurs mois, conservent une marche à très-peu près uniforme, et qui, par là, donnent le moyen le plus simple d'avoir les longitudes à la mer; et comme ce moyen est d'autant plus précis, que le tems pendant lequel on emploie ces montres, sans vérifier leur marche, est plus court; elles sont très-utiles pour déterminer la position respective des lieux fort voisins; elles ont même, à cet égard, quelque avantage sur les observations astronomiques dont la précision n'est point augmentée, par le peu d'éloignement des observateurs.

Les éclipses des satellites de Jupiter, qui se renouvellent fréquemment, offriraient au navigateur, un moyen facile de connaître sa longitude, s'il pouvait les observer à la mer; mais les tentatives que l'on a faites pour vaincre les difficultés qu'opposent à ce genre d'observations, les mouvemens du vaisseau, ont été jusqu'à présent infructueuses. La navigation et la géographie ont cependant retiré de grands avantages, de ces éclipses, et sur-tout de celles du premier satellite, dont on peut observer avec précision, le commencement ou la fin. Le navigateur les emploie avec succès

dans ses relâches ; il a besoin, à la vérité, de connaître l'heure à laquelle la même éclipse qu'il observe, serait vue sous un méridien conuu ; puisque la différence des heures que l'on compte sur les méridiens, au moment de l'observation, est ce qui détermine la différence de leurs longitudes ; mais les tables du premier satellite de Jupiter, considérablement perfectionnées de nos jours, donnent les instans de ses éclipses, avec une précision presque égale à celle des observations mêmes.

L'extrême difficulté d'observer sur mer, ces éclipses, a forcé de recourir aux autres phénomènes célestes, parmi lesquels les mouvemens de la lune sont les seuls que l'on puisse faire servir à la détermination des longitudes terrestres. La position de la lune, telle qu'on l'observerait du centre de la terre, peut aisément se conclure de la mesure de ses distances angulaires au soleil ou aux étoiles ; les tables de son mouvement donnent ensuite l'heure que l'on compte sur le premier méridien, lorsque l'on y observe la même position; et le navigateur, en la comparant à l'heure qu'il compte sur le vaisseau, au moment de

son observation, détermine sa longitude, par la différence de ces heures.

Pour apprécier l'exactitude de cette méthode ; on doit considérer qu'en vertu de l'erreur de l'observation, le lieu de la lune, déterminé par l'observateur, ne répond pas exactement à l'heure désignée par son horloge ; et qu'en vertu de l'erreur des tables, ce même lieu ne se rapporte pas à l'heure correspondante qu'elles indiquent sur le premier méridien ; la différence de ces heures n'est donc pas celle que donneraient une observation et des tables rigoureuses. Supposons que l'erreur commise sur cette différence, soit d'une minute ; dans cet intervalle, quarante minutes de l'équateur, passent au méridien ; c'est l'erreur correspondante sur la longitude du vaisseau, et qui, sur l'équateur, est d'environ 123 mille pieds ; mais elle est moindre sur les parallèles ; d'ailleurs, elle peut être diminuée par des observations multipliées des distances de la lune au soleil et aux étoiles, et répétées pendant plusieurs jours, pour compenser et détruire les unes par les autres, les erreurs de l'observation et des tables.

Il est visible que les erreurs sur la longitude, correspondantes à celles des tables et de l'observation, sont d'autant moindres, que le mouvement de l'astre est plus rapide ; ainsi, les observations de la lune périgée, sont, à cet égard, préférables à celles de la lune apogée. Si l'on employait le mouvement du soleil, treize fois environ, plus lent que celui de la lune ; les erreurs sur la longitude seraient treize fois plus grandes ; d'où il suit que de tous les astres, la lune est le seul dont le mouvement soit assez prompt pour servir à la détermination des longitudes à la mer ; on voit donc combien il était utile d'en perfectionner les tables.

Un phénomène très-remarquable, dont nous devons la connoissance aux voyages astronomiques, est la variation de la pesanteur à la surface de la terre. Cette force singulière anime dans le même lieu, tous les corps, proportionnellement à leurs masses, et tend à leur imprimer, dans le même tems, des vîtesses égales. Il est impossible au moyen d'une balance, de reconnaître ses variations ; puisqu'elles affectent également le corps que l'on pèse, et le poids auquel on le compare ;

mais les observations du pendule sont propres à les faire découvrir ; car il est clair que ses oscillations doivent être plus lentes dans les lieux ou la pesanteur est moindre. Cet instrument dont l'application aux horloges, a été l'une des principales causes des progrès de l'astronomie moderne, consiste dans un corps suspendu à l'extrémité d'un fil ou d'une verge mobile autour d'un point fixe placé à l'autre extrémité. On écarte un peu l'instrument, de sa situation verticale ; en l'abandonnant ensuite à l'action de la pesanteur, il fait de petites oscillations qui sont très-à-peu près de la même durée, malgré la différence des arcs décrits. Cette durée dépend de la grandeur et de la figure du corps suspendu, de la masse et de la longueur de la verge ; mais les géomètres ont trouvé des règles générales pour déterminer par l'observation des oscillations d'un pendule composé, de figure quelconque, la longueur d'un pendule dont les oscillations auroient une durée connue, et dans lequel la masse de la verge serait supposée nulle relativement à celle du corps, considéré comme un point infiniment dense. C'est à ce pendule idéal, nommé *pendule simple*, que l'on a rap-

porté toutes les expériences du pendule, faites dans les divers lieux de la terre.

Richer envoyé en 1672 à Cayenne, par l'académie des sciences, pour y faire des observations astronomiques, trouva que son horloge réglée à Paris, sur le tems moyen, retardait, chaque jour, à Cayenne, d'une quantité sensible. Cette intéressante observation donna la première preuve directe de la diminution de la pesanteur, à l'équateur; elle a été répétée avec beaucoup de soin, dans un grand nombre de lieux, en tenant compte de la résistance et de la température de l'air. Il résulte de toutes les mesures observées du pendule à secondes, qu'il augmente de l'équateur aux pôles, ainsi que les degrés des méridiers, et que son accroissement qui, sous le pôle même, est égal à cinq cents cinquante cinq cent millièmes de la pesanteur à l'équateur, est proportionnel au quarré du sinus de la latitude.

Borda, par une expérience très-exacte, a trouvé récemment que la longueur du pendule à secondes, à l'Observatoire de Paris, et réduite au vide, est de $^{pi.}_{2}$,28386; il en résulte que sa longueur, en France, sous

le parallèle de 50°, est égale à 2 pi. ,28302. Cette longueur qui est très-exacte, et la mesure du dégré du méridien, correspondant au même parallèle, serviront à retrouver nos poids et mesures, si par la suite des tems, ils viennent à s'altérer.

On a remarqué encore, au moyen du pendule, une petite diminution dans la pesanteur, au sommet des hautes montagnes. Bouguer a fait sur cet objet, un grand nombre d'expériences, au Pérou; il a trouvé que la pesanteur à l'équateur, et au niveau de la mer, étant exprimée par l'unité; elle est 0,999249 à Quito élevé de 8796 pieds au-dessus de ce niveau, et 0,998816 sur le sommet du Pichincha, à 14604 pieds de hauteur. Cette diminution de la pesanteur, à des hauteurs toujours très-petites relativement au rayon terrestre, donne lieu de soupçonner que cette force diminue considérablement, à de grandes distances du centre de la terre.

Je dois, à l'occasion des observations du pendule, appeller l'attention des physiciens, sur les deux objets suivans: L'un est la petite résistance que les corps en changeant de tem-

pérature, m'ont paru opposer à leur changement de volume, à-peu-près comme l'eau résiste à sa conversion en glace, et peut se maintenir à la température de plusieurs degrés au-dessous de zéro. Il suffit alors de l'agiter pour la rendre solide ; de même, dans les nombreuses expériences sur la dilatation des corps, que j'ai faites avec Lavoisiers, nous avons eu besoin, quelquefois, de leur donner une légère secousse, pour leur faire prendre l'état qui convenait à leur température. Le second objet est relatif aux pendules invariables dont on se sert pour déterminer les différences de la pesanteur dans les divers lieux de la terre. Si la verge du pendule est d'acier, il est à craindre que l'effet du magnétisme terrestre ne se complique avec celui de la pesanteur ; et comme il s'agit d'apprécier de très-petites quantités, dans ces expériences ; il importe de s'assurer que cet effet est insensible.

Les observations du pendule à secondes, en fournissant une longueur invariable et facile à retrouver dans tous les tems, ont fait naître l'idée de l'employer comme mesure universelle. On ne peut voir le nombre prodigieux de mesures en usage, non-seule-

ment chez les différens peuples, mais dans la même nation ; leurs divisions bisarres et incommodes pour les calculs ; la difficulté de les connaître et de les comparer ; enfin, l'embarras et les fraudes qui en résultent dans le commerce ; sans regarder comme l'un des plus grands services que les sciences et les gouvernemens puissent rendre à l'humanité, l'adoption d'un systême de mesures, dont les divisions uniformes se prêtent le plus facilement au calcul, et qui dérive de la manière la moins arbitraire, d'une mesure fondamentale indiquée par la nature elle-même. Un peuple qui se donnerait un semblable systême de mesures, réunirait à l'avantage d'en recueillir les premiers fruits, celui de voir son exemple suivi par les autres peuples dont il deviendrait ainsi le bienfaiteur ; car l'empire lent, mais irrésistible de la raison, l'emporte à la longue, sur les jalousies nationales et sur tous les obstacles qui s'opposent au bien d'une utilité généralement sentie. Tels furent les motifs qui déterminèrent l'assemblée constituante, à charger de cet important objet, l'académie des sciences. Le nouveau systême des poids et mesures est le résultat du travail de

ses commissaires secondés par le zèle et les lumières de plusieurs membres de la représentation nationale.

L'identité du calcul décimal et de celui des nombres entiers, ne laisse aucun doute sur les avantages de la division de toutes les espèces de mesures, en parties décimales ; il suffit, pour s'en convaincre, de comparer la difficulté des multiplications et des divisions complexes, avec la facilité des mêmes opérations sur les nombres entiers, facilité qui devient plus grande encore, au moyen des logarythmes dont on peut rendre, par des instrumens simples et peu coûteux, l'usage extrêmement populaire. On ne balança donc point à adopter la division décimale, et pour mettre de l'uniformité dans le système entier des mesures, on résolut de les dériver toutes, d'une même mesure linéaire, et de ses divisions décimales. La question fut ainsi réduite au choix de cette mesure universelle à laquelle on donna le nom de *Mètre*.

La longueur du pendule, et celle du méridien, sont les deux moyens principaux qu'offre la nature, pour fixer l'unité des mesures linéaires. Indépendans l'un et l'autre, des ré-

volutions morales, ils ne peuvent éprouver d'altération sensible, que par de très-grands changemens dans la constitution physique de la terre. Le premier moyen, d'un usage facile, a l'inconvénient de faire dépendre la mesure de la distance, de deux élémens qui lui sont hétérogènes, la pesanteur et le tems dont la division est d'ailleurs, arbitraire. On se détermina donc pour le second moyen qui paraît avoir été employé dans la plus haute antiquité ; tant il est naturel à l'homme, de rapporter les mesures itinéraires, aux dimensions même du globe qu'il habite, ensorte qu'en se transportant sur ce globe, il connaisse, par la seule dénomination de l'espace parcouru, le rapport de cet espace, au circuit entier de la terre. On trouve encore à cela l'avantage de faire correspondre les mesures nautiques avec les mesures célestes. Souvent le navigateur a besoin de déterminer l'un par l'autre, le chemin qu'il a décrit, et l'arc céleste compris entre les zénith du lieu de son départ et de celui où il est arrivé ; il est donc intéressant que l'une de ces mesures soit l'expression de l'autre, à la différence près de leurs unités. Mais pour cela, l'unité fondamentale

des mesures linéaires, doit être une partie aliquote du méridien terrestre, qui corresponde à l'une des divisions de la circonférence ; ainsi, le choix du mètre fut réduit à celui de l'unité des angles.

L'angle droit est la limite des inclinaisons d'une ligne sur un plan, et de la hauteur des objets sur l'horison. D'ailleurs, c'est dans le premier quart de la circonférence, que se forment les sinus, et généralement toutes les lignes que la trigonométrie emploie, et dont les rapports avec le rayon, ont été réduits en tables. Il était donc naturel de prendre l'angle droit, pour l'unité des angles, et le quart de la circonférence, pour l'unité de leur mesure. On le divisa en parties décimales, et pour avoir des mesures correspondantes sur la terre, on divisa dans les mêmes parties, le quart du méridien terrestre, ce qui a été fait dans des tems fort anciens ; car la mesure de la terre citée par Aristote, et dont l'origine est inconnue, donne cent milles stades au quart du méridien. Il ne s'agissait plus que d'avoir exactement sa longueur. Ici, se présentaient plusieurs questions, que l'ignorance où nous sommes, de la vraie figure de la terre, ne nous

permet

permet pas de résoudre. La terre est-elle un sphéroïde de révolution ? Ses deux hémisphères sont-ils égaux et semblables de chaque côté de l'équateur ? Quel est le rapport d'un arc du méridien, mesuré à une latitude donnée, au méridien entier ? Dans les hypothèses les plus naturelles sur la constitution du sphéroïde terrestre, la différence des méridiens est insensible, et le degré décimal coupé dans son milieu, par le parallèle moyen entre le pôle boréal et l'équateur, est la centième partie du quart du méridien. L'erreur de ces hypotèses, si elle existe, ne peut influer que sur les distances géographiques où elle n'est d'aucune importance. On pouvait donc conclure la grandeur du quart du méridien, de celle de l'arc qui traverse la France, depuis Dunkerque jusqu'aux Pyrénées, et qui a été mesuré avec soin par les académiciens français. Mais une nouvelle mesure d'un arc plus grand, faite avec des moyens encore plus précis, devant inspirer en faveur du nouveau système de mesures, un intérêt propre à le répandre ; on résolut de mesurer l'arc du méridien terrestre, compris entre Dunkerque et Barcelone ; et cependant, pour que la nation fran-

çaise pût jouir promptement des avantages de ce nouveau système, on se servit provisoirement, des mesures exécutées, et après en avoir conclu la longueur du quart du méridien, on prit la dix millionième partie de cette longueur, pour le mètre, ou l'unité des mesures linéaires. La décimale au-dessus eût été trop grande; la décimale au-dessous, trop petite; et le mètre dont la longueur est de $3^{pi.}$,079458, remplace avec avantage, la toise et l'aune, deux de nos mesures les plus usuelles.

Pour conserver la longueur du mètre, la convention nationale a décrété qu'un étalon exécuté d'après les expériences et les observations des commissaires chargés de sa détermination, serait déposé près du corps législatif. Cette longueur sera d'ailleurs, liée d'une manière si précise à celle du pendule, qu'il sera facile de la retrouver dans tous les tems, sans être obligé de recourir à la mesure du grand arc qui l'aura donnée; et c'est dans cette vue, que la longueur du pendule à secondes a été mesurée de nouveau par Borda, à l'observatoire de Paris.

Toutes les mesures dérivent du mètre, de la

manière la plus simple; les mesures linéaires en sont des multiples et des sous-multiples décimaux.

L'unité des mesures superficielles pour le terrein, est un quarré dont le côté est de dix mètres : elle se nomme *are*.

On a nommé *stere*, une mesure égale au mètre cube, et destinée particulièrement, au bois de chauffage.

L'unité des mesures de capacité, est le cube de la dixième partie du mètre : on lui a donné le nom de *litre*.

L'unité de poids, que l'on a nommée *gramme*, est le poids absolu du cube de la centième partie du mètre, en eau distilée et considérée à la température de la glace fondante. On a préféré l'eau, comme étant l'une des substances les plus homogènes, et celle que l'on peut réduire le plus facilement à l'état de pureté; on l'a rapportée à la température de la glace fondante, comme au degré de température, le plus fixe et le plus indépendant des modifications de l'atmosphère.

Toutes les mesures étant comparées sans cesse, à la livre *monnaie*; il était sur-tout important de la diviser en parties décimales. On lui

a donné le nom de *franc* d'argent; sa dixième partie s'appelle *décime*, et sa centième partie, *centime*.

Pour faciliter le calcul de l'or et de l'argent fin, contenu dans les pièces de monnaie, on a fixé l'alliage, au dixième de leur poids, et l'on a égalé celui du franc à cinq grammes. Ainsi, les pièces de monnoie sont des multiples exacts de l'unité de poids, ce qui est utile au commerce.

Enfin, l'uniformité du systême entier des poids et mesures, a paru exiger que le jour fût divisé en dix heures, l'heure en cent minutes, la minute en cent secondes, etc. Cette division du jour, qui va devenir nécessaire aux astronomes, est moins avantageuse dans la vie civile, où l'on a peu d'occasions d'employer le tems, comme multiplicateur et comme diviseur. La difficulté de l'adapter aux horloges et aux montres, et nos rapports commerciaux en horlogerie avec les étrangers, ont fait suspendre indéfiniment son usage. On peut croire cependant qu'à la longue, la division décimale du jour, remplacera sa division actuelle qui contraste trop avec les divisions des autres mesures, pour n'être pas abandonnée.

Tel est le nouveau systême des poids et me-

sures, que les savans ont offert à la convention nationale qui s'est empressée de le sanctionner. Ce système fondé sur la mesure des méridiens terrestres, convient également à tous les peuples. Il n'a de rapport avec la France, que par l'arc du méridien qui la traverse ; mais la position de cet arc coupé par le parallèle moyen, et dont les extrémités aboutissent aux deux mers, est si avantageuse; que les savans de toutes les nations, réunis pour fixer la mesure universelle, n'eussent pas fait un autre choix. Il est donc permis d'espérer qu'un jour, ce nouveau système sera généralement adopté.

CHAPITRE XIII.

Du flux et du reflux de la mer.

QUOIQUE la terre et les fluides qui la recouvrent, aient dû prendre depuis long-tems, l'état qui convient à l'équilibre des forces qui les animent ; cependant, la figure de la mer change à chaque instant du jour, par des oscil-

lations régulières et périodiques, connues sous le nom *de flux et de reflux de la mer*. C'est une chose vraiment étonnante, que de voir dans un tems calme et par un ciel serein, la vive agitation de cette grande masse fluide dont les flots viennent se briser avec impétuosité contre les rivages. Ce spectacle invite à la réflexion, et fait naître le desir d'en pénétrer la cause; mais pour ne pas s'égarer dans de vaines hypothèses; il faut, avant tout, connaître les lois de ce phénomène, et le suivre dans tous ses détails.

Au commencement de ce siècle, et sur l'invitation de l'académie des sciences, on fit dans nos ports, un grand nombre d'observations du flux et du reflux de la mer; elles furent continuées, chaque jour, à Brest, pendant six années consécutives, et elles forment par leur nombre, et par la grandeur et la régularité des marées dans ce port, le recueil le plus complet et le plus utile que nous ayons en ce genre. Mille causes accidentelles pouvant altérer la marche de la nature, dans ces phénomènes; il est nécessaire de considérer à la fois un grand nombre d'observations, afin que les effets des causes passagères, venant à se com-

penser mutuellement, les résultats moyens ne laissent appercevoir que les effets réguliers ou constans. Il faut encore, par une combinaison avantageuse des observations, faire ressortir les phénomènes que l'on veut déterminer, et les séparer des autres, pour les mieux connaître. C'est en discutant ainsi les observations, que je suis parvenu aux résultats suivans qui ne laissent aucun doute.

La mer s'élève et s'abaisse deux fois, dans chaque intervalle de tems, compris entre deux retours consécutifs de la lune, au méridien supérieur. L'intervalle moyen de ces retours est de $1^{j.}$,035050 ; ainsi, l'intervalle moyen entre deux pleines mers consécutives est de $0^{j.}$,517525, ensorte qu'il y a des jours solaires dans lesquels on n'observe qu'une seule marée. Le moment de la basse mer, divise à-peu-près également cet intervalle ; la mer emploie cependant à Brest, neuf ou dix minutes de moins, à monter qu'à descendre. Comme dans toutes les grandeurs susceptibles d'un *maximum* et d'un *minimum*, l'accroissement et la diminution de la marée vers ces limites, sont proportionnels aux quarrés des tems écoulés depuis la haute ou la basse mer.

La hauteur de la pleine mer, n'est pas constamment la même ; elle varie chaque jour, et ses variations ont un rapport évident avec les phases de la lune ; elle est la plus grande vers le tems des pleines et des nouvelles lunes ; ensuite elle diminue, et devient la plus petite, vers les quadratures. A Brest, la plus haute marée n'a point lieu le jour même de la sysigie, mais un jour et demi après ; ensorte que si la sysigie arrive au moment d'une pleine mer, la troisième marée qui la suit, est la plus grande. Pareillement, si la quadrature arrive au moment de la pleine mer, la troisième marée qui la suit, est la plus petite. Ce phénomène s'observe à-peu-près également dans tous les ports de France, quoique les heures des marées y soient fort différentes.

Plus la mer s'élève, lorsqu'elle est pleine, plus elle descend dans la basse mer suivante : Nous nommerons *marée totale*, la demi somme des hauteurs de deux pleines mers consécutives, au-dessus du niveau de la basse mer intermédiaire. La valeur moyenne de cette marée totale à Brest, dans son *maximum* vers les sysigies, est de $18^{pi.},13$; elle est de $8^{pi.},671$, dans son *minimum* vers les quadratures.

La distance de la lune à la terre, influe d'une manière très-sensible, sur la grandeur des marées totales. Tout étant égal d'ailleurs, elles augmentent et diminuent avec le diamètre et la parallaxe lunaires, mais dans un plus grand rapport. Si ce diamètre croît d'un dix-huitième, la marée totale croît d'un huitième vers les sysigies, et d'environ un quart vers les quadratures; et comme cette marée est à-peu-près deux fois plus grande dans le premier, que dans le second cas; son accroissement dans ces deux cas, est le même. La plus grande variation du diamètre de la lune, soit au-dessus, soit au-dessous de sa valeur moyenne, étant un quinzième environ de cette valeur; la variation correspondante de la marée totale dans les sysigies, est $\frac{3}{20}$ de sa grandeur moyenne, ou d'environ $2^{pi.}$,72; ainsi, l'effet entier du changement de la distance de la lune à la terre, est de $5^{pi.}$,44 sur les marées totales.

Les variations de la distance du soleil à la terre influent pareillement, mais d'une manière beaucoup moins sensible, sur les marées. Tout étant égal d'ailleurs; en hiver, tems où le

soleil est le plus près de nous, les marées sysigies sont plusgrandes, et les marées quadratures sont plus petites qu'en été, où le soleil est le plus loin de la terre.

Les déclinaisons du soleil et de la lune ont une influence remarquable sur les marées; elles diminuent les marées totales des sysigies, et ces marées, à Brest, sont d'environ deux pieds et demi, plus petites dans les solstices, que dans les équinoxes; les marées totales des quadratures sont aussi plus petites de la même quantité, dans les équinoxes, que dans les solstices.

C'est principalement vers les *maxima* et les *minima* des marées totales, qu'il est intéressant de connaître la loi de leur variation. On vient de voir que l'instant de leur *maximum* à Brest, suit d'un jour et demi, la sysigie; la diminution des marées totales qui en sont voisines, est proportionnelle au quarré du tems écoulé depuis cet instant, jusqu'à celui de la basse mer intermédiaire à laquelle la marée totale se rapporte; elle est de $0^{pi.},328$, lorsque ce tems est d'un jour lunaire.

Près de l'instant du *minimum* qui suit d'un jour et demi la quadrature, l'accroissement des marées totales est proportionel au quarré du tems

écoulé depuis cet instant ; il est à fort peu près double de la diminution des marées totales vers leur *maximum*.

Les déclinaisons du soleil et de la lune influent très-sensiblement sur ces variations ; la diminution des marées vers les sysigies des solstices, n'est qu'environ les trois cinquièmes de la diminution correspondante vers les sysigies des équinoxes ; l'accroissement des marées vers les quadratures, est à-peu-près deux fois plus grand dans les équinoxes, que dans les solstices.

On observe encore entre les marées du matin et du soir, de petites différences qui dépendent des déclinaisons du soleil et de la lune, et qui disparaissent, lorsque ces astres sont dans l'équateur. Pour les reconnaître, il faut comparer les marées du premier et du second jour après la sysigie ou la quadrature ; parce que les marées, alors très-voisines du *maximum* ou du *minimum*, varient très-peu d'un jour à l'autre, et laissent facilement appercevoir la différence des deux marées d'un même jour. On trouve ainsi qu'à Brest, dans les sysigies des solstices d'été, les marées du matin du premier et du second jour après la sysigie, sont plus petites que celles du soir, de $0^{pi.},563$; elles sont au-

contraire, plus grandes de la même quantité, dans les sysigies des solstices d'hiver. Pareillement, dans les quadratures de l'équinoxe d'automne, les marées du matin du premier et du second jour après la quadrature, surpassent celles du soir, de $0^{pi.},419$; elles sont plus petites de la même quantité, dans les quadratures de l'équinoxe du printemps.

Tels sont, en général, les phénomènes que les hauteurs des marées présentent dans nos ports; leurs intervalles offrent d'autres phénomènes que nous allons développer.

Quand la pleine mer a lieu à Brest, au moment de la sysigie; elle suit l'instant de minuit ou celui du midi vrai, de $0^{j.},14763$, suivant qu'elle arrive le matin ou le soir. Cet intervalle qui est très-différent dans les ports même fort voisins, est ce que l'on nomme *établissement du port*; parce que c'est de là dont on part, pour déterminer les heures des marées, relatives aux phases de la lune, comme je l'expliquerai en parlant de la cause des marées. La pleine mer qui a lieu à Brest, au moment de la quadrature, suit l'instant de minuit ou celui du midi vrai, de $0^{j.},35698$.

La marée sysigie avance ou retarde de 264″, pour chaque heure dont elle précède ou suit la sysigie ; la marée quadrature avance ou retarde de 416″, pour chaque heure dont elle précède ou suit la quadrature.

Les heures des marées sysigies ou quadratures, varient avec les distances du soleil et de la lune à la terre, et principalement avec les distances de la lune. Dans les sysigies, chaque minute d'accroissement ou de diminution dans le demi diamètre apparent de la lune, fait avancer ou retarder l'heure de la pleine mer, de 354″. Ce phénomène a également lieu dans les quadratures ; mais il y est trois fois moindre.

Les déclinaisons du soleil et de la lune influent pareillement sur les heures des marées sysigies et quadratures. Dans les sysigies des solstices, l'heure de la pleine mer avance d'environ deux minutes ; elle retarde de la même quantité, dans les sysigies des équinoxes. Au contraire, dans les quadratures des équinoxes, l'heure de la marée avance d'environ huit minutes, et elle retarde de la même quantité, dans les quadratures des solstices.

On a vu que le retard des marées, d'un jour à l'autre, est de $0^{j.}$,03505, dans son état

moyen ; ensorte que si la marée arrive à $0^{j.},1$ après le minuit vrai, elle arrivera le lendemain matin, à $0^{j.},135o5$. Mais ce retard varie avec les phases de la lune ; il est le plus petit qu'il est possible, vers les sysigies, quand les marées totales sont à leur *maximum*, et alors il n'est que de $0^{j.},02708$. Lorsque les marées sont à leur *minimum*, ou vers les quadratures, il est le plus grand possible, et s'élève à $0^{j.},05150$; ainsi la différence des heures des marées, correspondantes aux momens de la sysigie et de la quadrature, et qui, par ce qui précède, est de $0^{j.},20935$, augmente pour les marées qui suivent de la même manière ces deux phases, et devient égal à-peu-près à un quart de jour, relativement au *maximum* et au *minimum* des marées.

Les variations des distances du soleil et de la lune à la terre, et principalement celles de la lune, influent sur les retards des marées, d'un jour à l'autre. Chaque minute d'accroissement ou de diminution dans le demi-diamètre apparent de la lune, augmente ou diminue ce retard, de $256''$, vers les sysigies. Ce phénomène a également lieu vers les quadratures ; mais il y est trois fois moindre.

Le retard journalier des marées varie encore par la déclinaison des deux astres. Dans les sysigies des solstices, il est d'environ 158″, plus grand que dans son état moyen; il est plus petit de la même quantité, dans les sysigies des équinoxes; au contraire, dans les quadratures des équinoxes, il surpasse sa grandeur moyenne, de 557″; il en est surpassé de la même quantité, dans les quadratures des solstices.

Ainsi les inégalités des hauteurs et des intervalles des marées ont des périodes très-différentes, les unes d'un demi-jour et d'un jour, d'autres d'un demi-mois, d'un mois, d'une demie-année et d'une année; d'autres enfin sont les mêmes que celles des révolutions des nœuds et du périgée de l'orbe lunaire dont la position influe sur les marées, par l'effet des déclinaisons de la lune, et de ses distances à la terre.

La grandeur, et généralement tous les phénomènes des marées, m'ont paru les mêmes dans les nouvelles comme dans les pleines lunes.

Ces phénomènes ont également lieu dans tous les ports et sur tous les rivages de la mer; mais les circonstances locales, sans rien chan-

ger aux loix des marées, ont une grande influence sur leur grandeur et sur l'heure de l'établissement du port.

CHAPITRE XIV.

De l'Atmosphère terrestre et des Réfractions astronomiques.

UN fluide élastique, rare et transparent, enveloppe la terre, et s'élève à une grande hauteur; il pèse comme tous les corps, et son poids fait équilibre à celui du mercure dans le baromètre. A la température de la glace fondante, et à la hauteur moyenne du baromètre au niveau des mers, hauteur qui est à fort peu près de deux pieds et un tiers; le poids de l'air est à celui d'un pareil volume de mercure, dans le rapport de l'unité, à 10320; ainsi, à cette température, pour faire baisser le baromètre, d'un centième de pied, quand sa hauteur est de deux pieds et un tiers, il suffit de s'élever de $10^{pi.}3$,20; et si la densité de l'atmosphère était par-tout la même

même, sa hauteur serait de 24080 pieds. Mais l'air est à très-peu-près compressible en raison des poids dont il est chargé ; d'où il suit qu'à température égale, sa densité est proportionelle à la hauteur du baromètre ; ses couches inférieures sont donc plus denses que les couches supérieures dont le poids les comprime ; elles deviennent de plus en plus rares, à mesure que l'on s'élève dans l'atmosphère, et si leur température était la même, un calcul fort simple nous montre que leur hauteur croissant en progression arithmétique, leur densité diminuerait en progression géométrique. Le froid qui règne dans les régions élevées de l'atmosphère, augmente la densité des couches supérieures ; car l'air, comme tous les corps, se ressère par le froid et se dilate par la chaleur, et l'on a observé que vers la température de la glace fondante, l'accroissement d'un dégré dans sa température, augmente d'environ un 250ème., son volume.

On a tiré un parti avantageux, de ces données, pour mesurer la hauteur des montagnes, au moyen du baromètre. Si dans tous les temps et dans toute son étendue, la chaleur de l'atmosphère était égale à celle de la glace fondante ;

il en résulte qu'en multipliant par 55326 pieds, le logarithme tabulaire du rapport des hauteurs du baromètre, observées à deux stations quelconques, on aurait la hauteur d'une de ces stations au-dessus de l'autre ; mais cette hauteur exige une correction relative à l'erreur de l'hypothèse d'une densité uniforme et d'une température égale à zéro. Il est visible que si la température moyenne de la couche d'air, comprise entre les deux stations, est plus grande que zéro, sa densité devient plus petite, et il faut s'élever davantage, pour faire baisser de la même quantité, le baromètre; on doit donc augmenter le multiplicateur 55326 pieds, d'autant de fois sa 250ième partie, qu'il y a de degrés dans cette température moyenne ; ce qui revient à observer les degrés du thermomètre aux deux stations, et à multiplier leur somme par 110$^{pi.}$,65, pour ajouter le produit, à 55326 pieds. On doit encore appliquer une légère correction aux hauteurs du baromètre, à raison de la différence de température des deux stations. La densité du mercure n'y est pas la même ; or sa dilatation relative à un accroissement d'un degré dans sa température, est un 5412ième de son volume ; il faut donc augmenter la hauteur du baromètre, dans la station la plus froide, de

sa 5412ième partie, prise autant de fois qu'il y a de degrés de différence dans la température des deux stations. Au moyen de cette règle, on aura d'une manière fort approchée, la différence de leurs hauteurs, si elles s'éloignent peu d'une même verticale.

L'air est invisible en petites masses; mais les rayons de lumière, réfléchis par toutes les couches de l'atmosphère, produisent une impression sensible; ils le font voir avec une couleur bleue qui répand une teinte de même couleur, sur tous les objets apperçus dans le lointain, et qui forme l'azur céleste. Cette voûte bleue à laquelle les astres nous semblent attachés, est donc fort près de nous; elle n'est que l'atmosphère terrestre au-delà de laquelle ces corps sont placés à d'immenses distances. Les rayons solaires que ses molécules nous renvoyent en abondance, avant le lever et après le coucher du soleil, forment l'aurore et le crépuscule qui s'étendant à plus de vingt degrés de distance de cet astre, nous prouvent que les molécules extrêmes de l'atmosphère sont élevées au moins, de deux cents cinquante mille pieds.

Si l'œil pouvait distinguer et rapporter à leur

vraie place, les points de la surface extérieure de l'atmosphère, nous verrions le ciel comme une calotte sphérique, formée par la portion de cette surface, que retrancherait un plan tangent à la terre ; et comme la hauteur de l'atmosphère est fort petite relativement au rayon terrestre, le ciel nous paraîtrait sous la forme d'une voûte surbaissée. Mais quoique nous ne puissions pas distinguer les limites de l'atmosphère; cependant, les rayons qu'elle nous renvoye, venant d'une plus grande profondeur à l'horison qu'au zénith; nous devons la juger plus étendue dans le premier sens. A cette cause se joint encore l'interposition des objets à l'horison, qui contribue à augmenter la distance apparente de la partie du ciel, que nous rapportons au-delà ; le ciel doit donc nous paraître fort surbaissé, tel que la calotte d'une sphère. Un astre élevé d'environ vingt-six degrés, semble diviser en deux parties égales, la ligne que forme depuis l'horison jusqu'au zénith, la section de la surface du ciel, par un plan vertical; d'où il suit que le rayon horisontal de la voûte céleste apparente, est à son rayon vertical, à-peu-près comme trois et un quart est à l'unité ; mais ce rapport varie avec les causes de cette illusion. La grandeur apparente

du soleil et de la lune, étant proportionelle à l'angle sous lequel on les apperçoit, et à la distance apparente du point du ciel auquel on les rapporte ; ils nous paraissent plus grands à l'horison qu'au zénith, quoiqu'ils y soient vus sous un plus petit angle.

Les rayons de lumière ne se meuvent pas en ligne droite dans l'atmosphère ; ils s'infléchissent continuellement vers la terre. L'observateur qui n'apperçoit les objets, que dans la direction de la tangente à la courbe qu'ils décrivent, les voit plus élevés qu'ils ne le sont réellement, et les astres paraissent sur l'horison, alors même qu'ils sont abaissés au-dessous : ainsi l'atmosphère, en infléchissant les rayons du soleil, nous fait jouir plus long-temps de sa présence, et augmente la durée des jours que prolongent encore l'aurore et le crépuscule. Il importait extrêmement aux astronomes, de déterminer les lois et la quantité de la réfraction, pour avoir la vraie position des astres ; mais avant que de présenter le résultat de leurs recherches sur cet objet, je vais exposer en peu de mots, les principales propriétés de la lumière.

En passant d'un milieu transparent dans un autre, un rayon lumineux s'approche ou

s'éloigne de la perpendiculaire à la surface qui les sépare. La loi de sa réfraction est telle que *les sinus des deux angles que forment ses directions avec cette perpendiculaire, l'une avant, et l'autre après son entrée dans le nouveau milieu, sont en raison constante, quelques soient ces angles.* Mais la lumière en se refractant, présente un phénomène remarquable qui nous a fait connaître sa nature. Un rayon de lumière blanche, reçu dans une chambre obscure, après son passage à travers un prisme, forme une image oblongue diversement colorée ; ce rayon est un faisceau d'un nombre infini de rayons de différentes couleurs, que le prisme sépare en vertu de leur diverse refrangibilité. Le rayon le plus refrangible est le violet, ensuite l'indigo, le bleu, le vert, le jaune, l'orangé et le rouge ; mais quoique nous ne désignions que sept rayons, la continuité de l'image prouve qu'il en existe une infinité qui s'en rapprochent par des nuances insensibles de refrangibilité et de couleur. Tous ces rayons rassemblés au moyen d'une lentille, font reparaître la couleur blanche qui n'est ainsi que le mélange de toutes les couleurs simples ou homogènes, dans des proportions déterminées.

Lorsqu'un rayon d'une couleur homogène est bien séparé des autres, il ne change ni de refrangibilité ni de couleur, quelque soient les réflexions et les réfractions qu'il subit : sa couleur n'est donc point due aux modifications que reçoit la lumière dans les milieux qu'elle traverse, mais elle tient à sa nature. Cependant, la similitude de couleur ne prouve point la similitude de la lumière : en mêlant ensemble plusieurs rayons différemment colorés de l'image solaire décomposée par le prisme, on peut former une couleur parfaitement semblable à l'une des couleurs simples de cette image; ainsi, le mêlange du rouge et du jaune homogène produit un orangé semblable, en apparence, à l'orangé homogène; mais la réfraction des rayons du mêlange, à travers un nouveau prisme, les sépare, et fait reparaître les couleurs composantes, tandis que les rayons de l'orangé homogène restent inaltérables.

Les rayons de lumière se réfléchissent à la rencontre d'un miroir, en formant avec la perpendiculaire à sa surface, des angles de réflexion égaux aux angles d'incidence.

Les réfractions et les réflexions que les rayons du soleil subissent dans les gouttes de pluie,

donnent naissance à l'arc-en-ciel dont l'explication fondée sur un calcul rigoureux qui satisfait exactement à tous les détails de ce curieux phénomène, est un des plus beaux résultats de la physique.

La plupart des corps décomposent la lumière qu'ils reçoivent ; ils en absorbent une partie et réfléchissent l'autre sous toutes les directions : ils paraissent bleus, rouges, verds, etc., suivant la couleur des rayons qu'ils renvoient en plus grande abondance. Ainsi, la lumière blanche du soleil, en se répandant sur toute la nature, se décompose et se réfléchit à nos yeux, avec une infinie variété de couleurs.

Après cette courte digression sur la lumière, je reviens aux réfractions astronomiques. Des expériences très-précises ont appris qu'à la même température, la force réfractive de l'air augmente ou diminue comme sa densité. Mais, à densités égales, cette force varie-t-elle avec la température ? Quelle est, sur les réfractions, l'influence de l'état hygrométrique de l'air, et de la proportion dans laquelle les deux gas azot et oxigène, sont combinés dans l'atmosphère ? C'est ce que l'on ignore, et ce qui, vu l'importance de l'objet, mérite d'être éclairci.

Jusqu'à présent, on a supposé que la force réfractive de l'atmosphère ne dépend que de la densité de ses couches ; ensorte que, pour déterminer la route de la lumière qui la traverse, il suffit de connaître la loi de leur température ; mais cette loi nous est inconnue, et d'ailleurs, elle varie à chaque instant. La température de l'atmosphère étant supposée partout la même, et égale à celle de la glace fondante ; la densité de ses couches diminuerait en progression géométrique, et la réfraction serait de $73\frac{1}{2}'$ à l'horizon : elle ne seraitque de $55'\frac{1}{2}$, si la densité des couches de l'atmosphère diminuait en progression arithmétique, et devenait nulle à sa surface. La réfraction horisontale que l'on observe d'environ $64'\frac{1}{2}$, est moyenne entre ces limites ; la loi de diminution de densité des couches, tient donc à-peu-près le milieu entre les progressions géométrique et arithmétique, ce qui est conforme aux observations du baromètre et du thermomètre. En général, on peut concilier toutes ces observations et celles des réfractions astronomiques, au moyen d'hypothèses fort vraisemblables sur la diminution de la chaleur, en s'élevant dans l'atmosphère ; sans recourir, comme quelques physiciens l'ont fait,

à un fluide particulier qui , mêlé à l'air atmosphérique , réfracte la lumière.

Lorsque la hauteur apparente des astres excède douze degrés ; la réfraction ne dépend sensiblement que de l'état du baromètre et du thermomètre dans le lieu de l'observateur , et elle est à très-peu près proportionnelle à la tangente de la distance apparente de l'astre, au zénith , diminuée de quatre fois la réfraction. On a trouvé par divers moyens , qu'à la température de la glace fondante , et quand la hauteur du baromètre est de deux pieds et un tiers, le coëfficient qui multiplié par cette tangente , donne la réfraction astronomique, est de 183″ ; mais il varie comme la densité de l'air dans le lieu de l'observation. Cette densité varie d'un 250ième , pour un degré du thermomètre ; il faut donc diminuer ou augmenter ce coëfficient, d'autant de fois sa 250ième partie, que le thermomètre de l'observateur indique de degrés au-dessus ou au-dessous de zéro. La densité de l'air, à température égale , étant proportionnelle à la hauteur du baromètre ; il faut encore faire varier ce coëfficient ainsi corrigé, dans le rapport de la hauteur observée du baromètre, à deux pieds et un tiers.

Au moyen de ces données, on pourra construire une table de réfractions, depuis douze degrés de hauteur apparente, jusqu au zénith, intervalle dans lequel se font presque toutes les observations astronomiques. Cette table aura l'avantage d'être indépendante de toute hypotèse sur la constitution de l'atmosphère, et elle pourra servir au sommet des plus hautes montagnes, comme au niveau des mers.

L'atmosphère affaiblit la lumière des astres, sur-tout à l'horison où leurs rayons la traversent dans une plus grande étendue. Il suit des expériences de Bouguer, que le baromètre étant à $2^{pi.}\ \frac{1}{3}$ de hauteur; si l'on prend pour unité, l'intensité de la lumière d'un astre à son entrée dans l'atmosphère, son intensité, lorsqu'elle parvient à l'observateur, et quand l'astre est au zénith, est réduite à 0,8123. La hauteur de l'atmosphère réduite dans toute son étendue, à la densité de l'air correspondante à zéro de température et à la pression d'une colonne de $2^{pi.}\ \frac{1}{3}$ de mercure, serait de 24080 pieds; or il est naturel de penser que l'extinction d'un rayon de lumière qui la traverse, est la même que dans cette hypotèse,

puisqu'il rencontre le même nombre de molécules aëriennes ; ainsi, une couche d'air de la densité précédente, et de 24080 pieds d'épaisseur, réduit à 0,8123, la force de la lumière.

Il est facile d'en conclure l'extinction de la lumière, dans une couche d'air de même densité et d'une épaisseur quelconque ; car il est visible que si l'intensité de la lumière est réduite au quart, en traversant une épaisseur donnée, une égale épaisseur réduira ce quart, au seizième de sa valeur primitive ; d'où l'on voit que les épaisseurs croissant en progression arithmétique, l'intensité de la lumière diminue en progression géométrique ; ses logarithmes suivent donc la raison des épaisseurs : ainsi, pour avoir le logarithme tabulaire de l'intensité de la lumière, lorsqu'elle a traversé une couche d'air d'une épaisseur quelconque, il faut multiplier — 0, 0902835, logarithme de 0, 8123, par le rapport de cette épaisseur, a 24080 pieds ; et si la densité de l'air est plus grande ou plus petite que la précédente, il faut augmenter ou diminuer ce logarithme, dans le même rapport.

Pour déterminer l'affaiblissement de la lumière des astres, relative à leur hauteur appa-

rente; on peut imaginer le rayon lumineux mu dans un canal, par-tout de la même largeur, et réduire l'air renfermé dans ce canal, à la densité précédente. La longueur de la colonne d'air ainsi réduite, déterminera l'extinction de la lumière de l'astre que l'on considère; or on peut supposer depuis le zénith jusqu'à douze degrés environ de hauteur apparente, les couches de l'atmosphère, sensiblement planes et parallèles, et la route de la lumière, rectiligne; alors, l'épaisseur de chaque couche dans la direction du rayon lumineux, est à sa largeur dans le sens vertical, comme la secante de la distance apparente de l'astre au zénith, est au rayon. En multipliant donc cette secante par — 0, 0902835, et par le rapport de la hauteur du baromètre, à $2^{pi.}\ \frac{1}{3}$; on aura le logarithme de l'intensité de la lumière de l'astre. Cette règle fort simple donnera l'extinction de la lumière des astres, au sommet des montagnes et au niveau des mers; ce qui peut être utile, soit pour corriger les observations des éclipses des satellites de Jupiter, soit pour évaluer l'intensité de la lumière solaire au foyer des verres ardens. Nous devons cependant observer que les vapeurs répandues

dans l'air, influent considérablement sur l'extinction de la lumière des astres ; la sérénité du ciel dans les climats méridionaux y rend, en général, leur lumière plus vive ; et si l'on transportait nos grands télescopes, sur les hautes montagnes du Pérou, il n'est pas douteux que l'on découvrirait plusieurs phénomènes célestes, qu'une atmosphère plus épaisse et moins transparente rend invisibles dans nos climats.

L'intensité de la lumière, à de très petites hauteurs, dépend, ainsi que la réfraction, de la constitution de l'atmosphère. Si sa température était par-tout la même, les logarithmes de l'intensité de la lumière, seraient proportionnels aux réfractions astronomiques divisées par les cosinus des hauteurs apparentes, et alors, cette intensité à l'horison, serait réduite à la quatre millième partie de sa valeur primitive : c'est pour cela que le soleil dont on peut difficilement soutenir l'éclat à midi, se voit sans peine à l'horizon.

Il est naturel de penser que chaque molécule de la surface du soleil, envoie dans tous les sens, la même quantité de lumière. Deux portions égales et très-petites de cette surface, vues de la terre, l'une au centre du disque, et

l'autre vers ses bords, paraissent occuper des espaces différens, et qui sont entr'eux, comme le rayon est au cosinus de l'arc du grand cercle de la surface solaire qui sépare ces deux parties ; ainsi, l'intensité de leur lumière est dans un rapport inverse. Cependant, Bouguer a trouvé par l'expérience, que la lumière du soleil est plus vive au centre que vers les bords. En comparant celle du centre, à la lumière d'un point éloigné des bords, du quart de son demi-diamètre ; les intensités de ces deux lumières lui ont paru être dans le rapport de 48 à 35. Cette différence indiquant autour du soleil, une atmosphère épaisse qui affaiblit sa lumière ; il suit des résultats précédens et de l'expérience de Bouguer, que l'intensité de la lumière d'un astre vu de la surface du soleil, au zénith, est réduite à 0, 24065, et que le soleil dépouillé de son atmosphère, nous paraîtrait douze fois et un tiers, plus lumineux.

Une couche d'air horisontale, à la température de zéro degrés et à la pression d'une colonne de mercure de $2^{pi.}\ \frac{1}{3}$, devrait avoir cent soixante-cinq mille pieds d'épaisseur, pour affaiblir la lumière au même degré que l'atmosphère du soleil : ce serait donc la hauteur

de cette atmosphère réduite à la densité de cette couche aërienne, si, à densités égales, sa transparence était la même que celle de l'air; mais c'est ce que l'on ignore. Au reste, ces résultats sont subordonnés à l'exactitude de l'expérience de Bouguer, qui mérite d'être répétée avec soin, dans les divers aspects du disque solaire.

Les vibrations de l'air produisent les sons qui, suivant la promptitude ou la lenteur des vibrations, sont aigus ou graves; mais quelque soit leur nature, la vîtesse de leur propagation est la même, et le son fort ou faible, grave ou aigu, parcourt $896^{pi.}$, 8 par seconde.

Les vents, depuis le zéphir jusqu'aux plus impétueux ouragans, sont produits par l'air qui se déplace avec plus ou moins de vîtesse. Dans les plus violentes tempêtes, cette vîtesse est de soixante ou quatre-vingt pieds par seconde; elle n'en est que le tiers à-peu-près, dans les vents ordinaires. Sans doute, la cause qui soulève régulièrement les eaux de la mer, et qui paraît résider dans le soleil et dans la lune, trouble pareillement l'équilibre de l'atmosphère qu'elle doit pénétrer pour agir sur l'océan; mais les vents périodiques qui en résultent, sont

trop

trop faibles, pour avoir été observés au milieu des agitations que l'atmosphère éprouve par un grand nombre d'autres causes.

C'est dans le sein de l'atmosphère, que se forment les nuages, les orages, les aurores boréales, et tous les météores. L'air dissout l'eau, et cette propriété dissolvante varie avec sa densité et avec sa chaleur ; ainsi, l'eau se dissout et se précipite alternativement de l'atmosphère, en vertu de toutes les causes qui font varier la température et la densité de l'air. L'eau de la mer, en se dissolvant dans l'atmosphère, abandonne le sel qu'elle contient ; elle retombe sous la forme de rosée, de neige, de grêle ou de pluie, dont une partie recueillie par les montagnes et par les lieux élevés, s'infiltre dans les terres d'où elle s'échappe pour former les sources et les fleuves qui la rendent à la mer.

L'électricité ne s'ouvre que difficilement un passage à travers l'atmosphère ; ses diverses couches sont habituellement électrisées, et paraissent l'être d'autant plus, qu'elles sont plus hautes ; les nuages formés dans les couches supérieures sont donc plus électrisés que les couches inférieures dans lesquelles ils s'abaissent. Mais quoiqu'il en soit de cette cause de

l'électricité des nuages, il est constant que la foudre est une explosion électrique entre les nuages et la terre.

L'air n'est point une substance homogène; l'expérience a fait connaître qu'il est composé de trois parties de gas *azot*, et d'une partie de gas *oxigène*, gas éminemment respirable, dans lequel les corps répandent en brûlant, une vive lumière, et qui seul, est nécessaire à leur combustion et à la respiration des animaux, que l'on sait être une combustion lente, source de la chaleur animale.

D'autres fluides aëriformes se mêlent à l'atmosphère et s'y élèvent à raison de leur légèreté spécifique. Le plus léger de ces fluides est celui que l'on nomme gas *hydrogène*; il est quinze ou seize fois plus rare dans son état de pureté, que l'air atmosphérique. Combiné avec le gas oxigène, dans le rapport d'un à six à-peu-près, il forme l'eau qui, loin d'être un élément, comme on l'a cru pendant long-tems, peut être composée et décomposée à volonté. La décomposition des corps dans les marais et dans les eaux stagnantes, développe une grande quantité de gas hydrogène qui se porte aux confins de l'atmosphère, où étant enflammé par

l'électricité naturelle, il produit ces étoiles tombantes, ces globes de feu et ces traînées de lumière que l'on observe dans les grandes chaleurs, et qui vus quelquefois au même instant, à de très-grandes distances, indiquent que leur hauteur est au moins, de trois cents mille pieds. Contenu dans une enveloppe légère, le gas hydrogène s'élève avec les corps qui y sont attachés, jusqu'à ce qu'il rencontre une couche de l'atmosphère, assez rare pour y rester en équilibre. Par ce moyen, l'homme a étendu son domaine et sa puissance; il peut s'élancer dans les airs, traverser les nuages, et interroger la nature dans les hautes régions de l'atmosphère, auparavant inaccessibles.

L'atmosphère transmet librement la lumière du soleil, et difficilement la chaleur; elle accroît donc la température, à la surface de la terre, et peut-être, sans la résistance qu'elle oppose à la dissipation de la chaleur solaire, on éprouverait un froid excessif, à l'équateur même.

C'est à la chaleur, qu'est dû l'état aëriforme de l'atmosphère; c'est à la pression de l'atmosphère et à la chaleur, qu'est due la fluidité de l'océan. Pour établir ces vérités, présentons en

peu de mots, l'une des principales découvertes que l'on a faites en dernier lieu, sur la chaleur.

Quelque soit sa nature, la chaleur dilate les corps ; elle les reduit de solides en fluides, et de fluides en vapeurs. Ces changemens d'état sont marqués par de singuliers phénoménes que nous allons suivre sur la glace. Considerons un volume de neige ou de glace pilée, dans un vase ouvert, et soumis à l'action d'une grande chaleur : si la température de la glace est au-dessous de celle de la glace fondante, elle augmentera jusqu'à zéro de température ; parvenue à ce degré, la glace se fondra successivement par de nouvelles additions de chaleur; mais si l'on a soin de l'agiter jusqu'à ce qu'elle soit fondue, l'eau produite sera toujours à la température de zéro ; la chaleur communiquée par le vase, ne sera point sensible sur le thermomètre que l'on y plonge ; elle sera toute entière employée à rendre la glace fluide. Ensuite, la chaleur ajoutée élèvera la température de l'eau, et le thermomètre, jusqu'au moment de l'ébullition. Alors, le thermomètre redeviendra stationnaire, et la chaleur communiquée par le vase, sera toute employée à réduire l'eau en vapeurs qui seront à la même tem-

pérature que l'eau bouillante. L'eau produite par la fonte de la glace, et les vapeurs dans lesquelles se réduit l'eau bouillante, absorbent donc au moment de leur formation, une grande quantité de chaleur qui reparaît dans le retour des vapeurs aqueuses à l'état d'eau, et de l'eau à l'etat de glace ; car les vapeurs, en se condensant sur un corps froid, lui communiquent beaucoup plus de chaleur qu'il n'en recevrait d'un poids égal d'eau bouillante ; et d'ailleurs, on sait que l'eau pouvant se conserver fluide, quoique sa température soit de plusieurs degrés au-dessous de zéro, elle se transforme en glaçons, pour peu qu'on l'agite, et le thermomètre que l'on y plonge, monte à zéro, par la chaleur que ce changement développe.

Sans la pression de l'atmosphère, la glace fondue se réduirait en vapeurs ; mais cette pression contient la force répulsive que la chaleur communique aux molécules fluides, et maintient la glace fondue, sous forme d'eau, jusqu'à ce que la chaleur soit assez grande pour que sa force répulsive l'emporte sur la pression de l'atmosphère. A cet instant, l'eau entre en ébullition et se réduit en vapeurs ; le degré de température de l'eau

bouillante, varie donc avec la pression de l'atmosphère : il est moindre au sommet des montagnes, qu'au niveau des mers ; et dans un récipient dans lequel on peut raréfier et condenser l'air à volonté, on peut accroître ou diminuer à volonté, la chaleur de l'eau bouillante. Ainsi, la chaleur rend la mer fluide, et la pression de l'atmosphère l'empêche de se réduire en vapeurs.

Tous les corps que nous pouvons faire passer de l'état solide à l'état fluide, offrent de semblables phénomènes ; mais la température à laquelle leur fusion commence, est très-différente pour chacun d'eux. Le mercure, par exemple, devient solide vers quarante degrés au-dessous de zéro, comme on s'en est assuré par l'expérience. Il commence à se fondre à ce degré de température ; il entre en ébullition, à la température de 376° et à la pression d'une colonne de mercure de $2^{pi.}\ \frac{1}{3}$, ensorte qu'à cette pression de l'atmosphère, l'intervalle de la température comprise entre la fusion et l'ébullition, intervalle qui, pour l'eau, est de cent degrés, s'élève à 416°, pour le mercure.

Il existe des corps qui ne peuvent pas devenir fluides, par les plus grandes chaleurs que

nous pouvons exciter ; il en est d'autres que le plus grand froid qu'ils éprouvent sur la terre, ne peut pas réduire à l'état solide. Tels sont les fluides qui forment notre atmosphère, et qui, malgré la pression et le froid auxquels on les a soumis, se sont jusqu'ici maintenus dans l'état de vapeurs. Mais leur analogie avec les fluides aëriformes dans lesquels nous réduisons par la chaleur, un grand nombre de substances, et leur condensation par la pression et par le froid, ne permettent pas de douter que ces fluides atmosphériques sont des corps extrêmement volatils, qu'un grand froid réduirait à l'état solide : il suffirait, pour leur faire prendre cet état, d'éloigner la terre du soleil, comme il suffirait de l'en rapprocher, pour faire entrer l'eau et plusieurs autres corps dans notre atmosphère. Ces grandes vicissitudes ont lieu sur les comètes, et principalement sur celles qui approchent très-près du soleil, dans leur périhélie. Les nébulosités qui les environnent, et les longues queues qu'elles traînent après elles, sont le résultat de la vaporisation des fluides, à leur surface ; le refroidissement qui en est la suite, doit tempérer l'excessive chaleur due à leur proximité du soleil ; et la condensation des

mêmes fluides, quand elles s'en éloignent, répare, en partie, la diminution de chaleur que cet éloignement doit produire ; ensorte que le double effet de la vaporisation et de la condensation des fluides, rapproche considérablement les limites de la plus grande chaleur et du plus grand froid que les comètes éprouvent à chacune de leurs révolutions.

LIVRE SECOND.

Des mouvemens réels des corps célestes.

SI l'homme s'était borné à recueillir des faits, les sciences ne seraient encore qu'une nomenclature stérile, et jamais il n'eût connu les grandes lois de la nature. C'est en comparant entr'eux les phénomènes, et en cherchant à saisir leurs rapports, qu'il est parvenu à découvrir ces lois toujours empreintes dans leurs effets les plus variés. Alors, la nature en se dévoilant, lui a présenté le spectacle d'un petit nombre de causes générales donnant naissance à la foule des phénomènes qu'il avait observés; il a pu déterminer ceux que les circonstances successives doivent faire éclore; et lorsqu'il s'est assuré que rien ne trouble l'enchaînement de ces causes à leurs effets, il a porté ses regards dans l'avenir, et la série des événemens que le tems doit développer, s'est offerte à sa vue. C'est principalement dans la

théorie du systême du monde, que l'esprit humain, par une longue suite d'efforts heureux, s'est élevé à cette hauteur. Essayons de tracer la route qu'il a suivie, en écartant les préjugés et les fausses hypothèses qui l'ont souvent égaré.

CHAPITRE PREMIER.

Du mouvement de rotation de la terre.

En réfléchissant sur le mouvement diurne auquel tous les corps célestes sont assujettis; on reconnaît évidemment l'existence d'une cause générale qui les entraîne, ou qui paraît les entraîner autour de l'axe du monde. Si l'on considère que ces corps sont isolés entr'eux, et placés à des distances très-différentes, de la terre; que le soleil et les étoiles en sont beaucoup plus éloignés que la lune, et que les variations des diamètres apparens des planètes, indiquent de grands changemens dans leurs distances; enfin, que les comètes traversent librement le ciel dans tous les sens; il sera difficile de concevoir qu'une même cause im-

prime à tous ces corps, un mouvement commun de rotation. Mais les astres se présentant à nous, de la même manière, soit que le ciel les entraîne autour de la terre supposée immobile, soit que la terre tourne en sens contraire, sur elle-même; il paraît beaucoup plus naturel d'admettre ce dernier mouvement, et de regarder celui du ciel, comme une apparence.

La terre est un globe dont le rayon n'est que d'environ vingt millions de pieds. Le soleil est, comme on l'a vu, incomparablement plus gros; si son centre coïncidait avec celui de la terre, son volume embrasserait l'orbe de la lune, et s'étendrait une fois plus loin, d'où l'on peut juger de son immense grandeur; il est d'ailleurs, éloigné de nous, d'environ 23 milles rayons terrestres. N'est-il pas infiniment plus simple de supposer au globe que nous habitons, un mouvement de rotation sur lui-même, que d'imaginer dans une masse aussi considérable et aussi distante que le soleil, le mouvement extrêmement rapide qui lui serait nécessaire pour tourner dans un jour, autour de la terre? Quelle force immense ne faudrait-il pas alors pour le contenir, et balancer sa force centrifuge? Chaque astre présente des diffi-

cultés semblables, qui sont toutes levées par la rotation de la terre.

On a vu précédemment, que le pôle de l'équateur paraît se mouvoir lentement autour de celui de l'écliptique, et que de-là résulte la précession des équinoxes. Si la terre est immobile, le pôle de l'équateur est sans mouvement, puisqu'il répond toujours au même point de la surface terrestre ; l'écliptique se meut donc alors sur ses pôles, et dans ce mouvement, elle entraîne tous les astres. Ainsi, le systême entier de tant de corps si différens par leurs grandeurs, leurs mouvemens et leurs distances, serait encore assujetti à un mouvement général qui disparaît et se réduit à une simple apparence, si l'on suppose l'axe terrestre se mouvoir autour des pôles de l'écliptique.

Emportés avec une vîtesse commune à tout ce qui nous environne, nous sommes dans le cas d'un spectateur placé sur un vaisseau en mouvement. Il se croit immobile; et le rivage, les montagnes et tous les objets placés hors du vaisseau, lui paraissent se mouvoir. Mais en comparant l'étendue du rivage et des plaines, et la hauteur des montagnes, à la petitesse de son vaisseau ; il reconnaît que leur mouvement

n'est qu'une apparence produite par son mouvement réel. Les astres nombreux répandus dans l'espace céleste sont, à l'égard de la terre, ce que le rivage et les montagnes sont par rapport au vaisseau ; et les mêmes raisons par lesquelles le navigateur s'assure de la réalité de son mouvement, nous prouvent celui de la terre.

L'analogie vient à l'appui de ces preuves. On a observé les mouvemens de rotation de plusieurs planètes, et tous ces mouvemens sont dirigés d'occident en orient, comme celui que la révolution diurne du ciel semble indiquer dans la terre. Jupiter, beaucoup plus gros qu'elle, se meut sur son axe, en moins d'un demi jour ; un observateur à sa surface, verrait le ciel tourner autour de lui dans cet intervalle ; ce mouvement du ciel ne serait cependant, qu'une apparence. N'est-il pas naturel de penser qu'il en est de même de celui que nous observons sur la terre ? Ce qui confirme d'une maniere frappante, cette analogie ; c'est que la terre, ainsi que Jupiter, est applatie à ses pôles. On conçoit en effet, que la force centrifuge qui tend à écarter toutes les parties d'un corps, de son axe de rotation, a dû abaisser la terre aux

pôles, et l'élever à l'équateur. Cette force doit encore diminuer la pesanteur à l'équateur, et cette diminution est constatée par les observations du pendule. Tout nous porte donc à penser que la terre a un mouvement de rotation sur elle-même, et que la révolution diurne du ciel, n'est qu'une illusion produite par ce mouvement, illusion semblable à celle qui nous représente le ciel, comme une voûte bleue à laquelle tous les astres sont attachés, et la surface de la terre, comme un plan sur lequel il s'appuie. Ainsi, l'astronomie s'est élevée à travers les illusions des sens, et ce n'a été qu'après les avoir dissipées par un grand nombre d'observations et de calculs, que l'homme, enfin, a reconnu les mouvemens du globe qu'il habite, et sa vraie position dans l'univers.

CHAPITRE II.

Du mouvement des planètes autour du soleil.

CONSIDÉRONS présentement les phénomènes du mouvement propre des planètes, et d'abord, suivons le mouvement de Vénus, son diamètre apparent, et ses phases. Lorsque, le matin, elle commence à se dégager des rayons du soleil, on l'apperçoit avant le lever de cet astre, sous la forme d'un croissant, et son diamètre apparent est à son *maximum* ; elle est donc alors, plus près de nous que le soleil, et presque en conjonction avec lui. Son croissant augmente, et son diamètre apparent diminue, à mesure qu'elle s'éloigne du soleil. Parvenue à cinquante degrés environ de distance de cet astre, elle s'en rapproche, en nous découvrant de plus en plus son hémisphère éclairé ; son diamètre apparent continue de diminuer jusqu'au moment où elle se replonge, le matin, dans les rayons solaires. A cet instant, Vénus nous paraît pleine, et son diamètre apparent est à son *minimum* ; elle est

donc, dans cette position, plus loin de nous que le soleil. Après avoir disparu pendant quelque tems ; cette planète reparaît, le soir, et reproduit dans un ordre inverse, les phénomènes qu'elle avait montrés avant sa disparition. Son hémisphère éclairé se détourne de plus en plus de la terre ; son croissant diminue, et, en même-tems, son diamètre apparent augmente, à mesure qu'elle s'éloigne du soleil. Parvenue à cinquante degrés environ de distance de cet astre, elle retourne vers lui ; son croissant continue de diminuer, et son diamètre, d'augmenter, jusqu'à ce qu'elle se plonge de nouveau, dans les rayons solaires. Quelquefois, dans l'intervalle qui sépare sa disparition, le soir, de sa réapparition, le matin ; on la voit sous la forme d'une tâche, se mouvoir sur le disque d. soleil.

Il est clair, d'après ces phénomènes, que le soleil est à-peu-près au centre de l'orbite de Vénus, et qu'en même-tems qu'il se meut autour de la terre, il emporte avec lui, cette orbite. Ce résultat donné par les observations des phases et du diamètre apparent de Vénus, explique d'une maniere si naturelle, son mouvement alternativement direct et rétrograde en longitude,

gitude, et son mouvement bisarre et compliqué en latitude ; qu'il est impossible de le révoquer en doute.

Mercure nous offre les mêmes apparences que Vénus ; ainsi, le soleil est encore à-peu-près au centre de son orbite. Ces deux planètes l'accompagnent dans son mouvement autour de la terre, sans s'en écarter au-delà de certaines limites qui dépendent des angles sous lesquels on voit leurs orbites.

Les planètes qui s'éloignent du soleil, à toutes les distances angulaires possibles, nous présentent d'autres phénomènes. Leurs diamètres sont à leur *maximum*, dans l'opposition ; ils diminuent, à mesure qu'elles se rapprochent du soleil ; ainsi la terre n'est point au centre du mouvement de ces astres. Avant l'opposition, ce mouvement, de direct, devient rétrograde ; il reprend après l'opposition, son état direct, quand la planète en se rapprochant du soleil, en est autant éloignée qu'au commencement de sa rétrogradation ; et c'est au moment même de l'opposition, que sa vîtesse rétrograde est la plus grande. Cela indique évidemment, que

le mouvement observé de ces planètes, est le résultat des deux mouvemens alternativement conspirans et contraires, et dont l'un est reglé sur celui du soleil ; tels sont les mouvemens de Mercure et de Vénus qui en circulant autour du soleil, sont emportés avec lui, autour de la terre. Il est naturel d'étendre la même loi aux autres planètes, avec la seule différence, que la terre placée au-dehors des orbites de Venus et de Mercure, est au-dedans des orbites de Mars, de Jupiter, de Saturne et d'Uranus. Toutes les apparences des mouvemens et des diamètres de ces planètes, découlent si naturellement de cette hypothèse ; que l'on ne peut y méconnaître le mécanisme de la nature.

Le mouvement presque circulaire des planètes autour du soleil, est prouvé directement pour Jupiter, par les éclipses de ses satellites, et pour Saturne, par les disparitions et les réapparitions de son anneau. On a vû précédemment, que ces phénomènes donnent les distances de ces planètes au soleil, en parties de la moyenne distance du soleil à la terre ; et l'on trouve ainsi, que ces distances varient peu dans le cours d'une révolution,

et que les mouvemens de ces planètes, sont à-peu-près, uniformes.

Nous sommes donc conduits par la comparaison des phénomènes, à placer le soleil, au centre des orbites de toutes les planètes qui se meuvent autour de lui, tandis qu'il se meut ou paraît se mouvoir autour de la terre.

CHAPITRE III.

Du mouvement de la terre, autour du soleil.

MAINTENANT, supposerons-nous le soleil accompagné des planètes et des satellites, en mouvement autour de la terre ; ou ferons-nous mouvoir la terre, ainsi que les planètes, autour du soleil? Les apparences des mouvemens célestes, sont les mêmes dans ces deux hypothèses ; mais la seconde doit être préférée par les considérations suivantes.

Les masses du soleil et de plusieurs planètes, étant considérablement plus grandes que celle

de la terre ; il est beaucoup plus simple de faire mouvoir celle-ci , autour du soleil , que de mettre en mouvement autour d'elle , tout le systême solaire. Quelle complication dans les mouvemens célestes , entraîne l'immobilité de la terre ? Quel mouvement rapide il faut suposer alors à Jupiter , à Saturne près de dix fois plus éloigné que le soleil , à la planète Uranus plus distante encore , pour les faire mouvoir, chaque année , autour de nous , tandis qu'ils se meuvent autour du soleil ? Cette complication et cette rapidité de mouvement disparaissent par le mouvement de translation de la terre , mouvement conforme à la loi générale suivant laquelle les petits corps célestes circulent autour des grands corps dont ils sont voisins.

L'analogie de la terre avec les planètes, confirme ce mouvement. Ainsi que Jupiter, elle tourne sur elle-même , et elle est accompagnée d'un satellite. Un observateur à la surface de Jupiter , jugerait le systême solaire en mouvement autour de lui , et la grosseur de la planète rendrait cette illusion moins invraisemblable que pour la terre. N'est-il pas naturel de penser que le mouvement de ce

système, autour de nous, n'est semblablement qu'une apparence ?

Transportons-nous par la pensée, à la surface du soleil, et delà considérons la terre et les planètes. Tous ces corps nous paraîtront se mouvoir d'occident en orient ; et déjà, cette identité de direction est un indice du mouvement de la terre ; mais ce qui le démontre avec évidence, c'est la loi qui existe entre les tems des révolutions des planètes, et leurs distances au soleil. Elles circulent autour de lui, avec d'autant plus de lenteur, qu'elles en sont plus éloignées, de manière que les quarrés des tems de leurs révolutions sont comme les cubes de leurs distances moyennes à cet astre. Suivant cette loi remarquable, la durée de la révolution de la terre supposée en mouvement autour du soleil, doit être exactement celle de l'année sydérale. N'est-ce pas une preuve incontestable que la terre se meut comme toutes les planètes, et qu'elle est assujettie aux mêmes lois ? D'alleurs, ne serait-il pas bisarre de supposer le globe terrestre à peine sensible vû du soleil, immobile au milieu des planètes en mouvement autour de cet astre qui lui-

même serait emporté avec elles, autour de la terre ? La force qui, pour retenir les planètes dans leurs orbes respectifs autour du soleil, balance leur force centrifuge, ne doit-elle pas agir également sur la terre, et ne faut-il pas que la terre oppose à cette action, la même force centrifuge ? Ainsi, la considération des mouvemens célestes observés du soleil, ne laisse aucun doute sur le mouvement réel de la terre. Mais l'observateur placé sur elle, a de plus, une preuve sensible de ce mouvement, dans le phénomène de l'aberration qui en est une suite nécessaire ; c'est ce que nous allons développer.

Sur la fin du dernier siècle, Roëmer observa que les éclipses des satellites de Jupiter avancent vers les oppositions de cette planète, et retardent vers ses conjonctions ; ce qui lui fit soupçonner que la lumière ne se transmet pas dans un instant, de ces astres à la terre, et qu'elle emploie un intervalle de tems sensible, à parcourir le diamètre de l'orbe du soleil. En effet, Jupiter dans ses oppositions, étant plus près de nous que dans ses conjonctions, d'une quantité égale à ce diamètre ; les éclipses doivent arriver pour nous, plutôt

dans le premier cas, que dans le second, de tout le tems que la lumière met à traverser l'orbe solaire. La loi des retards observés de ces éclipses, répond si exactement à cette hypothèse ; qu'il n'est pas possible de s'y refuser. Il en résulte que la lumière emploie 571", à venir du soleil à la terre.

Présentement, un observateur immobile verrait les astres suivant la direction de leurs rayons; mais il n'en est pas ainsi dans la supposition où il se meut avec la terre. Pour ramener ce cas, à celui de l'observateur en repos ; il suffit de transporter en sens contraire, aux astres, à la lumière et à l'observateur lui-même, le mouvement dont il est animé, ce qui ne change point, la position apparente des astres ; car c'est une loi générale d'optique, que si l'on imprime un mouvement commun à tous les corps d'un système, il n'en résulte aucun changement dans leur situation respective. Concevons donc que l'on donne à la lumière, et généralement à tous les corps, un mouvement égal et contraire à celui de l'observateur, et voyons quels phénomènes doivent en résulter dans la position apparente des astres. On peut faire abstrac-

tion du mouvement de rotation de la terre, environ soixante fois moindre à l'équateur même, que celui de la terre autour du soleil. On peut encore supposer ici, sans erreur sensible, tous les rayons lumineux que chaque point du disque d'un astre nous envoie, parallèles entre eux et au rayon qui parviendrait du centre de l'astre, à celui de la terre, si elle était transparente. Ainsi, les phénomènes que les astres présenteraient à un observateur placé à ce dernier centre, et qui dépendent du mouvement de la lumière, combiné avec celui de la terre, sont à très-peu-près les mêmes pour tous les observateurs répandus sur sa surface. Enfin, nous ferons abstraction de la petite excentricité de l'orbe terrestre. Cela posé.

Dans l'intervalle de 571″, que la lumière emploie à parcourir le rayon de l'orbe terrestre, la terre décrit un petit arc de cet orbe, égal à 62″,5; or il suit des lois de la composition des mouvemens, que si par le centre d'une étoile, on imagine une petite circonférence parallèle à l'écliptique, et dont le diamètre sous-tende dans le ciel, un angle de 125″; la direction du mouvement de la lumière, lors-

qu'on le compose avec le mouvement de la terre, appliqué en sens contraire, rencontre cette circonférence, au point où elle est coupée par un plan mené par le centre de l'étoile, tangentiellement à l'orbe terrestre; l'étoile doit donc paraître se mouvoir sur cette circonférence, et la décrire, chaque année, de manière qu'elle y soit constamment moins avancée de cent degrés, que le soleil dans son orbite apparente.

Ce phénomène est exactement celui que nous avons exposé dans le chapitre XI. du premier livre, d'après les observations de Bradley a qui l'on doit sa découverte et celle de sa cause. Pour rapporter les étoiles à leur vraie position, il suffit de les placer au centre de la petite circonférence qu'elles nous semblent décrire ; leur mouvement annuel n'est donc qu'une illusion produite par la combinaison du mouvement de la lumière, avec celui de la terre. Ses rapports avec la position du soleil, pouvaient faire soupçonner qu'il n'est qu'apparent ; mais l'explication précédente le prouve avec évidence. Elle fournit en même-tems, une démonstration sensible du mouvement de la terre autour du soleil ; de même que l'accroissement de degrés et de la pesanteur,

en allant de l'équateur aux pôles, rend sensible son mouvement de rotation.

L'aberration de la lumière affecte les positions du soleil, des planètes, de leurs satellites et des comètes ; mais d'une manière différente, à raison de leurs mouvemens particuliers. Pour les en dépouiller, et pour avoir la vraie position des astres ; imprimons à chaque instant, à tous les corps, un mouvement égal et contraire à celui de la terre qui, par-là, devient immobile ; ce qui, comme on l'a dit, ne change ni leurs positions respectives, ni leurs apparences. Alors, il est visible qu'un astre, au moment où nous l'observons, n'est plus sur la direction de son rayon lumineux qui vient frapper notre vue ; il s'en est éloigné en vertu de son mouvement réel combiné avec celui de la terre, qu'on lui suppose imprimé en sens contraire. La combinaison de ces deux mouvemens, observée de la terre, forme le mouvement apparent que l'on nomme *mouvement géocentrique*. On aura donc la véritable position de l'astre, en ajoutant à sa longitude et à sa latitude géocentrique observée, son mouvement géocentrique en longitude et en latitude, dans l'intervalle de tems que la lu-

mière emploie à parvenir de l'astre à la terre. Ainsi, le centre du soleil nous paraît constamment moins avancé de 62″,5 dans son orbe, que si sa lumière nous parvenait dans un instant.

L'aberration change les rapports des phénomènes célestes, soit avec l'espace, soit avec la durée. Au moment où nous les voyons encore, ils ne sont déjà plus ; il y a vingt-cinq ou trente minutes, que les satellites de Jupiter ont cessé d'être éclipsés, quand nous appercevons la fin de leurs éclipses ; et les variations de la lumière des étoiles changeantes, précedent de plusieurs années, les instans de leurs observations. Mais toutes ces causes d'illusion étant bien connues, nous pouvons toujours rapporter les phénomènes du systême solaire, à leur vrai lieu et à leur véritable époque.

La considération des mouvemens célestes nous conduit donc à déplacer la terre, du centre du monde, où nous la supposions, trompés par les apparences et par le penchant qui porte l'homme à se regarder comme le principal objet de la nature. Le globe qu'il habite, est une planète en mouvement sur elle-même et autour du soleil. En l'envisageant

sous cet aspect, tous les phénomènes s'expliquent de la manière la plus simple; les lois des mouvemens célestes sont uniformes; toutes les analogies sont observées. Ainsi que Jupiter, Saturne et Uranus, la terre est accompagnée d'un satellite; elle tourne sur elle-même, comme Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, et probablement toutes les planètes; elle emprunte comme elles, sa lumière du soleil, et se meut autour de lui, suivant la même direction et les mêmes lois. Enfin, la pensée du mouvement de la terre, réunit en sa faveur, la simplicité, l'analogie, et généralement tout ce qui caractérise le vrai système de la nature. Nous verrons en la suivant dans ses conséquences, les phénomènes célestes ramenés jusques dans leurs plus petits détails, à une seule loi dont ils sont les développemens nécessaires. Le mouvement de la terre acquerrera ainsi, toute la certitude dont les vérités physiques sont susceptibles, et qui peut résulter, soit du grand nombre et de la variété des phénomènes expliqués, soit de la simplicité des lois dont on les fait dépendre. Aucune branche des connaissances naturelles, ne réunit à un plus haut degré, ces avan-

tages, que la théorie du systême du monde, fondée sur le mouvement de la terre.

Ce mouvement aggrandit l'Univers à nos yeux ; il nous donne pour mesurer les distances des corps célestes, une base immense, le diamètre de l'orbe terrestre. C'est par son moyen, que l'on a exactement déterminé les dimensions des orbes planétaires. Ainsi, le mouvement de la terre, qui par les illusions dont il est la cause, a pendant long-tems, retardé la connaissance des mouvemens réels des planètes, nous les a fait connaître ensuite, avec plus de précision, que si nous eussions été placés au foyer de ces mouvemens. Cependant, la parallaxe annuelle des étoiles, ou l'angle sous lequel on verrait de leur centre, le diamètre de l'orbe terrestre, est insensible, et ne s'élève pas à six secondes, même relativement aux étoiles qui par leur vif éclat, semblent être le plus près de la terre ; elles en sont donc au moins, cent mille fois plus éloignées que le soleil. Une aussi prodigieuse distance jointe à leur vive clarté, nous prouve évidemment qu'elles n'empruntent point, comme les planètes et les satellites, leur lumière du soleil, mais qu'elles brillent d'une lumière qui leur est propre, ensorte

qu'elles sont autant de soleils répandus dans l'immensité de l'espace, et qui semblables au nôtre, peuvent être les foyers d'autant de systêmes planétaires. Il suffit en effet, de nous placer sur le plus voisin de ces astres, pour ne voir le soleil, que comme un astre lumineux dont le diamètre est au-dessous d'un trentième de seconde.

Il résulte de l'immense distance des étoiles, que leurs mouvemens en ascension droite et en déclinaison, ne sont que des apparences produites par les mouvemens de l'axe de rotation de la terre. Mais quelques étoiles paraissent avoir des mouvemens propres, et il est vraisemblable qu'elles sont toutes en mouvement, ainsi que le soleil qui transporte avec lui dans l'espace, le systême entier des planètes, des comètes et des satellites; de même que chaque planète entraîne ses satellites, dans son mouvement autour du soleil.

CHAPITRE IV.

Des apparences dues aux mouvemens de la terre.

DU point de vue où la comparaison des phénomènes célestes vient de nous placer, considérons les astres, et montrons la parfaite identité de leurs apparences, avec celles que l'on observe. Soit que le ciel tourne autour de l'axe du monde, soit que la terre tourne sur elle-même, en sens contraire du mouvement apparent du ciel immobile; il est clair que tous les astres se présenteront à nous, de la même manière. Il n'y a de différence, qu'en ce que dans le premier cas, ils viendraient se placer successivement au-dessus des divers méridiens terrestres qui, dans le second cas, vont se placer au-dessous d'eux.

Le mouvement de la terre étant commun à tous les corps situés à sa surface, et aux fluides qui la recouvrent; leurs mouvemens relatifs sont les mêmes que si la terre était immobile. Ainsi, dans un vaisseau transporté d'un mouvement uniforme, tout se meut comme

s'il était en repos ; un projectile lancé verticalement de bas en haut, retombe au point d'où il était parti ; il paraît sur le vaisseau, décrire une verticale ; mais vu du rivage, il se meut obliquement à l'horison, et décrit une courbe parabolique. La rotation de la terre ne peut donc être sensible à sa surface, que par les effets de la force centrifuge qui applatit le sphéroïde terrestre aux pôles, et diminue la pesanteur à l'équateur ; deux phénomènes que les mesures des degrés du méridien et du pendule, nous ont fait connaître.

Dans la révolution de la terre autour du soleil, son centre et tous les points de son axe de rotation, étant mus avec des vîtesses égales et parallèles ; cet axe reste toujours parallèle à lui-même ; en imprimant donc à chaque instant, à toutes les parties de la terre, un mouvement égal et contraire à celui de son centre, il restera immobile, ainsi que l'axe de rotation ; mais ce mouvement imprimé ne change point les apparences de celui du soleil ; il ne fait que transporter en sens contraire, à cet astre, le mouvement réel de la terre ; les apparences sont par conséquent, les mêmes dans l'hypothèse de la terre en

repos, et dans celle de son mouvement autour du soleil. Pour suivre plus particulièrement l'identité de ces apparences ; imaginons un rayon même du centre du soleil à celui de la terre ; ce rayon sera perpendiculaire au plan qui sépare l'hémisphère éclairé de la terre, de son hémisphère obscur. Le point dans lequel il traversera la surface terrestre, verra le soleil perpendiculairement au-dessus de lui ; et tous les points du parallèle terrestre que ce rayon rencontrera successivement en vertu de son mouvement diurne, auront à midi, cet astre au zénith ; or, soit que le soleil se meuve autour de la terre, soit que la terre se meuve autour du soleil ; et sur elle-même, son axe de rotation conservant toujours une situation parallèle ; il est visible que ce rayon tracera la même courbe sur la surface de la terre ; il coupera dans les deux cas, les mêmes parallèles à l'équateur, lorsque le soleil aura la même longitude apparente ; cet astre s'élèvera donc également sur l'horison, et les jours seront d'une égale durée. Ainsi, les saisons et les jours sont les mêmes dans l'hypothèse du repos du soleil, et dans celle de son mouvement autour de la terre ; et l'explication des

saisons, que nous avons donnée dans le livre précédent, s'applique également à la première hypothèse.

Les planètes se meuvent toutes dans le même sens autour du soleil, mais avec des vîtesses différentes; les durées de leurs révolutions croissent dans un plus grand rapport que leurs distances à cet astre; Jupiter, par exemple, employe douze annees à-peu-près, à parcourir son orbe dont le rayon n'est qu'environ cinq fois plus grand que celui de l'orbe terrestre; sa vîtesse réelle est donc moindre que celle de la terre. Cette diminution de vîtesse dans les planètes, à mesure qu'elles sont plus distantes du soleil, a généralement lieu depuis Mercure, la plus voisine de cet astre, jusquà Uranus, la plus éloignée; et il résulte des lois que nous établirons ci-après, que les vîtesses moyennes des planètes sont réciproques aux racines quarrées de leurs moyennes distances au soleil.

Considérons une planète dont l'orbe est embrassé par celui de la terre, et suivons-la depuis sa conjonction supérieure, jusquà sa conjonction inférieure. Son mouvement apparent ou géocentrique est le résultat de son mouvement réel, combiné avec celui de la terre transporté

en sens contraire. Dans la conjonction supérieure, le mouvement réel de la planète est contraire à celui de la terre ; son mouvement géocentrique est donc alors la somme de ces deux mouvemens, et il a la même direction que le mouvement géocentrique du soleil, qui résulte du mouvement de la terre transporté en sens contraire, à cet astre : ainsi le mouvement apparent de la planète est direct. Dans la conjonction inférieure, le mouvement de la planète a la même direction que celui de la terre, et comme il est plus grand, le mouvement géocentrique conserve la même direction ; mais il n'est que l'excès du mouvement réel de la planète sur celui de la terre ; il a donc une direction contraire au mouvement apparent du soleil, et par conséquent, il est rétrograde. On conçoit facilement que dans le passage du mouvement direct au mouvement rétrograde, la planète doit paraître sans mouvement ou stationaire, et que cela doit avoir lieu entre la plus grande élongation et la conjonction inférieure, quand le mouvement géocentrique de la planète, résultant de son mouvement réel, et de celui de la terre appliqué en sens contraire, est dirigé suivant le rayon visuel de la planète.

Ces phénomènes sont entièrement conformes aux mouvemens observés de Mercure et de Vénus.

Le mouvemement des planètes dont les orbes embrassent l'orbe terrestre, a la même direction dans leurs oppositions, que le mouvement de la terre; mais il est plus petit, et en se composant avec ce dernier mouvement transporté en sens contraire, il prend une direction opposée à sa direction primitive; le mouvement géocentrique de ces planètes est donc alors rétrograde; il est direct dans leurs conjonctions, ainsi que les mouvemens de Mercure et de Vénus dans les conjonctions supérieures.

En transportant en sens contraire, aux étoiles, le mouvement de la terre; elles doivent paraître décrire, chaque année, une circonférence égale et parallèle à l'orbe terrestre, et dont le diamètre sous-tend dans le ciel, un angle égal à celui sous lequel on voit de leur centre, le diamètre de cet orbe: ce mouvement apparent a beaucoup de rapport avec celui qui résulte de la combinaison des mouvemens de la terre et de la lumière, et par lequel les étoiles nous semblent décrire annuellement une circonférence parallèle à l'écliptique, dont le diamètre sous-tend un

angle de 125″ ; mais il en diffère en ce que ces astres ont la même position que le soleil, sur la première circonférence, au lieu que sur la seconde, ils sont moins avancés que lui, de cent degrés. C'est par là que l'on peut distinguer ces deux mouvemenens, et que l'on s'est assuré que le premier est insensible, l'immense distance où nous sommes des étoiles, rendant insensible, l'angle que sous-tend le diamètre de l'orbe terrestre vu de cette distance.

L'axe du monde n'étant que le prolongement de l'axe de rotation de la terre ; on doit rapporter à ce dernier axe, le mouvement des pôles de l'équateur céleste, indiqué par les phénomènes de la précession et de la nutation, exposés dans le chapitre XI du premier livre; ainsi, en même tems que la terre se meut sur elle-même et autour du soleil, son axe de rotation se meut très-lentement autour des pôles de l'écliptique, en faisant de petites oscillations dont la période est la même que celle du mouvement des nœuds de l'orbe lunaire. Au reste, ce mouvement n'est point particulier à la terre ; car on a vu dans le chapitre IV du premier livre, que l'axe de la lune se meut dans la même période, autour des pôles de l'écliptique.

CHAPITRE V.

De la figure des orbes des planètes, et des lois de leur mouvement autour du soleil.

RIEN ne serait plus facile que de calculer d'après les données précédentes, la position des planètes pour un instant quelconque, si leurs mouvemens autour du soleil étaient circulaires et uniformes ; mais ils sont assujettis à des inégalités très-sensibles dont les lois sont un des plus importans objets de l'astronomie, et le seul fil qui puisse nous conduire au principe général des mouvemens célestes. Pour reconnaître ces lois, dans les apparences que nous offrent les planètes; il faut dépouiller leurs mouvemens, des effets du mouvement de la terre, et rapporter au soleil, leur position observée des divers points de l'orbe terrestre ; il est donc nécessaire avant tout, de déterminer les dimensions de cet orbe et la loi du mouvement de la terre.

On a vu dans le chapitre II du premier livre,

quel'orbe apparent du soleil est une ellipse dont le centre de la terre occupe un des foyers ; mais le soleil étant réellement immobile, il faut le mettre au foyer de l'ellipse, et placer la terre sur sa circonférence ; le mouvement apparent du soleil sera le même, et pour avoir la position de la terre vue du centre du soleil, il suffira d'augmenter de deux angles droits, la position de cet astre.

On a vu encore que le soleil paraît se mouvoir dans son orbe, de manière que le rayon vecteur qui joint son centre à celui de la terre, semble tracer autour d'elle, des aires proportionnelles aux tems : mais dans la réalité, ces aires sont tracées autour du soleil. En général, tout ce que nous avons dit dans le chapitre cité, sur l'excentricité de l'orbe solaire et ses variations, sur la position et le mouvement de son périgée, doit s'appliquer à l'orbe terrestre, en observant seulement que le périgée de la terre est à deux angles droits de distance de celui du soleil.

La figure de l'orbe terrestre, étant ainsi connue ; voyons comment on est parvenu à déterminer celle des orbes des autres planètes. Prenons pour exemple la planète Mars qui,

par la grande excentricité de son orbe, et par sa proximité de la terre, est très-propre à nous faire découvrir les lois des mouvemens planétaires.

Le mouvement de Mars autour du soleil, et son orbe seraient connus ; si l'on avait pour un instant quelconque, l'angle que fait son rayon vecteur avec une droite invariable passant par le centre du soleil, et la longueur de ce rayon. Pour simplifier ce problême, on choisit les positions de Mars dans lesquelles, l'une de ces quantités se montre séparément, et c'est ce qui a lieu à fort peu près, dans les oppositions où l'on voit cette planète répondre au même point de l'écliptique, auquel on la rapporterait du centre du soleil. La différence des mouvemens de Mars et de la terre fait correspondre la planète à divers points du ciel, dans ses oppositions successives ; en comparant donc entre elles un grand nonbre d'oppositions observées, on pourra découvrir la loi qui existe entre le tems et le mouvement angulaire de Mars autour du soleil, mouvement que l'on nomme *héliocentrique*. L'analyse offre pour cet objet, diverses méthodes qui se simplifient dans le cas présent, par la considération que les principales inégalités de

Mars, redevenant les mêmes à chacune de ses révolutions sydérales ; leur ensemble peut être exprimé par une série fort convergente de sinus d'angles multiples de son moyen mouvement, série dont il est facile de déterminer les coëfficiens, au moyen de quelques observations choisies.

On aura ensuite la loi du rayon vecteur de Mars, en comparant les observations de cette planète vers les quadratures, ou lorsqu'étant à-peu-près à cent degrés du soleil, ce rayon se présente sous le plus grand angle. Dans le triangle formé par les droites qui joignent les centres de la terre, du soleil et de Mars, l'observation donne directement l'angle à la terre ; la loi du mouvement héliocentrique de Mars donne l'angle au soleil, et l'on en conclud le rayon vecteur de Mars, en parties de celui de la terre, qui lui-même est donné en parties de la distance moyenne de la terre au soleil. La comparaison d'un grand nombre de rayons vecteurs ainsi déterminés, fera connaître la loi de leurs variations correspondantes aux angles qu'ils forment avec une droite invariable, et l'on pourra tracer la figure de l'orbite.

Ce fut par une méthode à-peu-près semblable,

que Kepler reconnut l'allongement et l'excentricité de l'orbe de Mars ; il eut l'heureuse idée de comparer sa figure avec celle de l'ellipse, en plaçant le soleil à l'un des foyers ; et les nombreuses observations de Ticho, exactement représentées dans l'hypothèse d'un orbe elliptique, ne lui laissèrent aucun doute sur la vérité de cette hypothèse.

On nomme *périhélie*, l'extrémité du grand axe, la plus voisine du soleil ; et *aphélie*, l'extrémité la plus éloignée. C'est au périhélie, que la vîtesse angulaire de Mars autour du soleil est la plus grande ; elle diminue ensuite à mesure que le rayon vecteur augmente, et elle est la plus petite à l'aphélie. En comparant cette vîtesse, aux puissances du rayon vecteur ; Kepler trouva qu'elle est proportionelle à son quarré, ensorte que le produit du mouvement journalier héliocentrique de Mars, par le quarré de son rayon vecteur, est toujours le même. Ce produit est le double du petit secteur que ce rayon trace, chaque jour, autour du soleil ; l'aire qu'il décrit en partant d'une ligne invariable passant par le centre du soleil, croît donc comme le nombre des jours écoulés depuis l'époque où la planète était sur cette ligne ; ce que Kepler énonça, en

établissant que les airés décrites par le rayon vecteur de Mars sont proportionelles aux tems.

Ces lois du mouvement de Mars sont les mêmes que celles du mouvement apparent du soleil, que nous avons développées dans le chapitre II du premier livre; ainsi elles ont également lieu pour la terre. Il était naturel de les étendre aux autres planètes ; Kepler établit donc, comme lois fondamentales du mouvement de ces corps, les deux suivantes que toutes les observations ont confirmées.

Les orbes planétaires sont des ellipses dont le centre du soleil occupe un des foyers.

Les aires décrites autour de ce centre, par les rayons vecteurs des planètes, sont proportionelles aux tems employés à les décrire.

Ces loix suffisent pour déterminer le mouvement des planètes autour du soleil ; mais il est nécessaire de connaître pour chacune d'elles, sept quantités que l'on nomme *élémens du mouvement elliptique*. Cinq de ces élémens, relatifs au mouvement dans l'ellipse, sont 1°, la durée de la révolution sydérale ; 2°, le demi grand axe de l'orbite, ou la moyenne distance de la planète au soleil ; 3°, l'excentricité d'où résulte la plus grande équation du centre ; 4°, la longitude

moyenne de la planète à une époque donnée; 5°, la longitude du périhélie à la même époque. Les deux autres élémens se rapportent à la position de l'orbite, et sont, 1°, la longitude à une époque donnée, des nœuds de l'orbite, ou de ses points d'intersection avec un plan que l'on suppose ordinairement être celui de l'écliptique; 2°, l'inclinaison de l'orbite, sur ce plan. Il y a donc quarante-neuf élémens à déterminer, pour le système entier des planètes connues : le tableau suivant présente tous ces élémens pour le commencement de 1750.

L'examen de ce tableau nous montre que les durées des révolutions des planètes, croissent avec leurs moyennes distances au soleil ; cela fit soupçonner à Kepler qu'elles sont liées à ces distances, par un rapport qu'il se proposa de découvrir. Après un grand nombre de tentatives continuées pendant dix-sept ans, il reconnut enfin, que *les quarrés des tems des révolutions des planètes, sont entre eux comme les cubes des grands axes de leurs orbites.*

Telles sont les lois du mouvement des planètes, lois fondamentales qui ont donné une face nouvelle à l'astronomie, et conduit à la découverte de la pesanteur universelle.

Les ellipses planétaires ne sont point inaltérables; leurs grands axes paraissent être toujours les mêmes, mais leurs excentricités, leurs inclinaisons sur un plan fixe, les positions de leurs nœuds et de leurs périhélies, sont assujetties à des variations qui, jusqu'à présent, semblent croître proportionellement aux tems. Ces variations ne devenant bien sensibles que par la suite des siècles, elles ont été nommées *inégalités séculaires*; il n'y a aucun doute sur leur existence; mais les observations modernes n'étant pas assez éloignées entre elles, et les observations anciennes n'étant pas suffisament exactes pour les fixer avec précision; il reste encore de l'incertitude sur leur quantité. Le tableau suivant offre les valeurs qui paraissent le mieux satisfaire à l'ensemble de ces observations.

On remarque encore des inégalités périodiques qui troublent les mouvemens elliptiques des planètes. Celui du soleil en est un peu altéré, comme on l'a vu dans le livre précédent; mais ces inégalités sont principalement sensibles dans les deux plus grosses planètes, Jupiter et Saturne. En comparant les observations modernes aux anciennes, les astronomes ont remarqué une diminution dans la durée de la ré-

volution de Jupiter, et un accroissement dans celle de la révolution de Saturne; les observations modernes, comparées entre elles, donnent un résultat contraire; ce qui semble indiquer dans le mouvement de ces planètes, de grandes inégalités dont les périodes sont fort longues. Dans ce siècle même, la durée de la révolution de Saturne a paru différente, suivant les points de l'orbite où l'on a fixé le départ de la planète; ses retours ont été plus rapides à l'équinoxe du printems, qu'à celui d'automne. Enfin, Jupiter et Saturne éprouvent des inégalités qui s'élèvent à plusieurs minutes, et qui paraissent dépendre de la situation de ces planètes, soit entre elles, soit à l'égard de leurs périhélies. Ainsi, tout annonce que dans le système planétaire, indépendamment de la cause principale qui fait mouvoir les planètes dans des orbes elliptiques autour du soleil; il existe des causes particulières qui troublent leurs mouvemens, et qui altèrent à la longue, les élémens de leurs ellipses.

TABLEAU

Du mouvement elliptique des planètes.

Durées des révolutions sydérales.

Mercure.....	87,	jours 969255.
Vénus.....	224,	700817.
La terre.....	365,	256384.
Mars.....	686,	979579.
Jupiter.....	4332,	602208.
Saturne.....	10759,	077213.
Uranus.....	30689,	000000.

Demi-grands axes des orbites, ou distance moyennes.

Mercure.....	0,387100.
Vénus.....	0,723332.
La terre.....	1,000000.
Mars.....	1,523693.
Jupiter.....	5,202792.
Saturne.....	9,540724.
Uranus.....	19,183620.

Rapport de l'excentricité au demi-grand axe, au commencement de 1750.

Mercure.	0,205513.
Vénus.	0,006885.
La terre.	0,016814.
Mars.	0,093088.
Jupiter.	0,048077.
Saturne.	0,056223.
Uranus.	0,046683.

Variations séculaires de ce rapport. (*Le signe — indique une diminution*).

Mercure.	0,00000 3369.
Venus. . . . —	0,000002905.
La terre. . . —	0,000045572.
Mars.	0,000090685.
Jupiter.	0,000134245.
Saturne. . . . —	0,000261553.
Uranus. . . . —	0,000026228.

Longitudes moyennes au commencement de 1750. (*Ces longitudes sont comptées de l'équinoxe moyen du printems, à l'époque du* 31 *Décembre* 1749, *à midi, tems moyen à Paris*).

Mercure.	281°,3194.
Vénus.	51,4963.

La

La terre. . . . . 311,1218.
Mars. . . . . 24.4219.
Jupiter. . . . . 4.1201.
Saturne. . . . . 257,0438.
Uranus. . . . . 353,9610.

Longitudes du périhélie, au commencement de 1750.

Mercure. . . . . 81°,7401.
Vénus. . . . . 141,9759.
La terre. . . . . 309,5790.
Mars. . . . . 368.3006.
Jupiter. . . . . 11,5012.
Saturne. . . . . 97,9466.
Uranus. . . . . 185,1262.

Mouvement sydéral et séculaire du périhélie.
(*Le signe — indique un mouvement rétrograde*).

Mercure. . . . . 1735",50.
Vénus. . . . . — 699,07.
La terre. . . . . 3671,63.
Mars. . . . . 4834,57.
Jupiter. . . . . 2030,25.
Saturne. . . . . 4967,64.
Uranus. 759,85

Inclinaison de l'orbite à l'écliptique, au commencement de 1750.

Mercure.	7°,7778.
Vénus.	3,7701.
La terre.	0,0000.
Mars.	2,0556.
Jupiter	1,4636.
Saturne.	2,7762.
Uranus.	0,8599.

Variation séculaire de l'inclinaison à l'écliptique vraie.

Mercure.	55",09
Vénus.	13,80.
La terre.	0,00.
Mars.	—4,45.
Jupiter.	—67,40.
Saturne.	—47,87.
Uranus.	9,38.

Longitude du nœud ascendant sur l'écliptique, au commencement de 1750.

Mercure.	50°,3836.
Vénus.	82,7093.
La terre.	0,0000.

Mars.....52,9377.
Jupiter.....108,8062.
Saturne.....123,9327.
Uranus.....80,7015.

Mouvement sydéral et séculaire du nœud sur l'écliptique vraie.

Mercure.....— 2332",90.
Vénus.....— 5673,60.
La terre.....0,00.
Mars..... — 7027,41.
Jupiter..... — 4509,50.
Saturne..... — 5781,54.
Uranus..... — 10608,00.

CHAPITRE VI.

De la figure des orbes des comètes, et des lois de leur mouvement autour du soleil.

Le soleil étant au foyer des orbes planétaires, il est naturel de le supposer pareillement au foyer des orbes des comètes ; mais ces astres disparaissant après s'être montrés pendant quelques mois ; leurs orbes, au lieu d'être presque circulaires comme ceux des planètes, sont très-allongés, et le soleil est fort voisin de la partie dans laquelle ils sont visibles. L'ellipse, au moyen des nuances qu'elle présente depuis le cercle jusqu'à la parabole, peut convenir à ces orbes divers. L'analogie nous porte donc à mettre les comètes en mouvement dans des ellipses dont le soleil occupe un des foyers, et à les y faire mouvoir suivant les mêmes lois que les planètes, ensorte que les aires tracées par leurs rayons vecteurs soient proportionnelles au tems.

Il est presque impossible de connaître la durée de la révolution d'une comète, et par con-

séquent le grand axe de son orbe, par les observations d'une seule de ses apparitions : on ne peut donc pas alors déterminer rigoureusement l'aire que trace son rayon vecteur dans un tems donné. Mais on doit considérer que la petite portion d'ellipse, décrite par la comète pendant son apparition, peut se confondre avec une parabole, et qu'ainsi l'on peut calculer son mouvement dans cet intervalle, comme s'il était parabolique.

Suivant les lois de Kepler, les secteurs tracés dans le même tems par les rayons vecteurs de deux planètes, sont entr'eux comme les surfaces de leurs ellipses, divisées par les quarrés des tems de leurs révolutions, et ces quarrés sont comme les cubes des demi-grands axes. Il est facile d'en conclure que si l'on imagine une planète mue dans un orbe circulaire dont le rayon soit égal à la distance périhélie d'une comète; le secteur décrit par le rayon vecteur de la comète sera au secteur correspondant décrit par le rayon vecteur de la planète, dans le rapport de la racine quarrée de la distance aphélie de la comète, à la racine quarrée du demi-grand axe de son orbe, rapport qui, lorsque l'ellipse se change en parabole, devient

celui de la racine quarrée de deux, à l'unité. On a ainsi le rapport du secteur de la comète à celui de la planète fictice, et il est aisé par ce qui précède, d'avoir le rapport de ce dernier secteur, à celui que trace dans le même tems, le rayon vecteur de la terre. On peut donc déterminer pour un instant quelconque, à partir de l'instant du passage de la comète par le périhélie, l'aire tracée par son rayon vecteur, et fixer sa position sur la parabole qu'elle est censée décrire.

Il ne s'agit plus que de tirer des observations, les élémens du mouvement parabolique, c'est-à-dire, la distance périhélie de la comète, la position du périhélie, l'instant du passage par le périhélie, l'inclinaison de l'orbe à l'écliptique, et la position de ses nœuds. La recherche de ces cinq élémens présente de plus grandes difficultés, que celle des élémens des planètes qui, étant toujours visibles, et ayant été observées pendant une longue suite d'années, peuvent être comparées dans les positions les plus favorables à la détermination de ces élémens; au lieu que les comètes ne paraissent que pendant fort peu de tems, et souvent dans des circonstances où leur mouvement apparent est

très - compliqué par le mouvement réel de la terre, que nous leur transportons toujours en sens contraire. Malgré ces difficultés, on est parvenu par diverses méthodes, à déterminer les élémens des orbes des comètes. Trois observations complètes sont plus que suffisantes pour cet objet ; toutes les autres servent à confirmer l'exactitude de ces élémens, et la vérité de la théorie que nous venons d'exposer. Plus de quatre-vingt comètes dont les nombreuses observations sont exactement représentées par cette théorie, la mettent à l'abri de toute atteinte. Ainsi, les comètes que l'on a regardées pendant long-tems, comme des météores, sont de la même nature que les planètes ; leurs mouvemens et leurs retours sont réglés suivant les mêmes lois que les mouvemens planétaires.

Observons ici, comment le vrai système de la nature, en se développant, se confirme de plus en plus. La simplicité des phénomènes célestes dans la supposition du mouvement de la terre, comparée à leur extrême complication dans celle de son immobilité, rend la première de ces suppositions, fort vraisemblable. Les lois du mouvement elliptique, communes alors aux planètes et à la terre, augmentent beaucoup cette

vraisemblance qui devient plus grande encore par la considération du mouvement des comètes assujetties aux mêmes lois, dans cette hypothèse.

Les comètes ne se meuvent pas toutes dans le même sens, comme les planètes: les unes ont un mouvement réel direct, d'autres ont un mouvement rétrograde. Les inclinaisons de leurs orbes ne sont point renfermées dans une zône étroite, comme celles des orbes planétaires; elles offrent toutes les variétés d'inclinaison, depuis l'orbe couché sur le plan de l'écliptique, jusqu'à l'orbe perpendiculaire à ce plan.

On reconnaît une comète, quand elle reparaît; par l'identité des élémens de son orbite, avec ceux de l'orbite d'une comète déjà observée. Si la distance périhélie, la position du périhélie et des nœuds, et l'inclinaison de l'orbite, sont à fort peu près les mêmes; il est alors très-probable que la comète qui paraît, est celle que l'on avait observée précédemment, et qui, après s'être éloignée à une distance où elle était invisible, revient dans la partie de son orbite, voisine du soleil. Les durées des révolutions des comètes étant fort longues, et ces astres n'ayant été observés avec un peu de

soin, que depuis environ deux siècles ; on ne connaît encore avec certitude, que le tems de la révolution d'une seule comète, celle de 1682, que l'on avait déjà observée en 1607 et 1531, et qui a reparu en 1759. Cette comète emploie environ soixante-seize ans à revenir à son périhélie ; ainsi, en prenant pour unité, la moyenne distance du soleil à la terre, le grand axe de son orbite est à-peu-près 35,9 ; et comme sa distance périhélie n'est que 0,58, elle s'éloigne du soleil au moins trente-cinq fois plus que la terre, en parcourant une ellipse fort excentrique. Son retour au périhélie a été de treize mois plus long de 1531 à 1607, que de 1607 à 1682 ; il a été de dix-huit mois plus court de 1607 à 1682, que de 1682 à 1759. Il paraît donc que des causes semblables à celles qui altèrent le mouvement elliptique des planètes, troublent celui des comètes, d'une manière encore plus sensible.

On a soupçonné le retour de quelques autres comètes ; le plus probable de ces retours était celui de la comète de 1532, que l'on a cru être la même que la comète de 1661, et dont on a fixé la révolution à cent vingt-neuf ans. Mais cette comète n'ayant point reparu en 1790,

comme on s'y attendait; il y a tout lieu de croire que ces deux comètes ne sont pas la même. Cela doit nous rendre très-circonspects à prononcer sur l'identité de deux comètes observées. Essayons de calculer la vraisemblance de cette identité, quand les élémens sont peu différens.

Supposons que la différence ne soit que d'un degré sur l'inclinaison de l'orbite, et sur les lieux du nœud ascendant et du périhélie; et qu'elle soit d'un centième sur la distance périhélie, la moyenne distance du soleil à la terre, étant prise pour unité. Supposons encore que les erreurs des élémens déduits des observations, et les altérations que ces élémens ont pu éprouver dans l'intervalle des deux apparitions de la comète, soient dans les limites précédentes, ensorte que rien n'empêche de considérer les deux comètes, comme étant la même.

L'inclinaison de l'orbite d'une nouvelle comète, à l'écliptique, peut varier depuis zéro jusqu'à la demi-circonférence; mais au-delà de cent degrés d'inclinaison, le mouvement change de direction; ainsi par l'inclinaison seule, on peut indiquer si le mouvement est

direct ou rétrograde. La probabilité que l'inclinaison de l'orbite d'une nouvelle comète ne s'éloignera pas de plus d'un degré, au-dessus ou au-dessous de l'inclinaison de l'orbite d'une ancienne comète, est donc égale à $\frac{2^{\circ}}{200}$, ou $\frac{1}{100}$. La position du nœud ascendant d'une nouvelle comète, peut varier depuis zéro jusqu'à 400°; la probabilité qu'elle ne différera pas de plus d'un degré, de celle du nœud d'une comète anciennement observée, est par conséquent, $\frac{1}{200}$. Pareillement, la probabilité que la position du périhélie d'une nouvelle comète ne différera pas de plus d'un degré, de celle du périhélie d'une ancienne comète est $\frac{1}{200}$. Nous supposerons que la distance périhélie peut également varier dans l'intervalle compris depuis zéro jusqu'à 1,5; a la vérité, on a vu des comètes dont la distance périhélie a surpassé 1,5; mais ces cas sont assez rares pour que nous puissions nous dispenser d'y avoir égard dans cet essai de calcul, une plus grande distance périhélie rendant presque toujours les comètes invisibles. La probabilité que la distance périhélie d'une nouvelle comète, ne differera pas d'un centième, de la distance périhélie d'une comète ancienement observée, sera donc à

fort peu-près, $\frac{4}{300}$. Ainsi, la probabilité que les élémens d'une nouvelle comète ne s'écarteront pas de ceux d'une comète ancienne, au-delà des limites précédentes, sera le produit des quatre nombres $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{200}$, $\frac{1}{200}$, $\frac{4}{300}$, et par conséquent, elle sera égale à la fraction $\frac{1}{3.(10)8}$.

La théorie des hasards donne la règle suivante, pour avoir la probabilité que la nouvelle comète est la même que la comète anciennement observée. Multipliez la fraction $\frac{1}{3.(10)8}$, par le nombre des comètes visibles et non encore observées, augmenté de l'unité; divisez l'unité, par ce produit plus un; le quotient sera la probabilité cherchée.

Si les limites des erreurs des élémens déduits des observations, sont plus grandes que les précédentes; il faut, au lieu de la fraction $\frac{1}{3.(10)8}$, employer le produit de cette fraction, par celui des quatre nombres qui expriment combien chaque limite contient la limite supposée précédemment.

Le nombre des comètes visibles et non encore observées, étant inconnu; il est impossible de calculer la probabilité dont il s'agit.

Cependant, on peut croire avec vraisemblance, qu'il n'excède pas un million ; en le supposant égal à ce nombre, il y a 300 à parier contre l'unité, qu'une comète dont les élémens ne diffèrent de ceux d'une ancienne comète, que des quantités précédentes, est la même. En comparant ainsi les élémens des comètes de 1607 et de 1682, Halley pouvait annoncer avec une probabilité égale à $\frac{1200}{1201}$, que ces deux comètes sont la même, et qu'elle reparaîtrait vers le milieu de ce siècle. La crainte de se tromper, quoique déjà fort petite, devint presque nulle, lorsqu'il eut reconnu à-peu-près les élémens de cette comète, dans ceux de la comète observée en 1531 ; et cette crainte a disparu entièrement pour nous qui avons revu la comète en 1759.

Mais il n'en est pas ainsi de la comète de 1532 ; ses élémens ont été déterminés sur les observations d'Appien et de Fracastor, et ces observations sont si grossières, qu'elles laissent une incertitude de 41° sur la position du nœud, de 10° sur l'inclinaison, de 22° sur la position du périhélie, et de 0,17 sur la distance périhélie. Il faut conséquemment, multiplier la fraction $\frac{1}{3.(10)8}$, par le produit

41.10.22.17 ; ce qui la réduit à $0,000517$; en supposant donc qu'il y ait encore mille comètes visibles et non observées, ce qui n'est point invraisemblable ; la probabilité que les deux comètes de 1532 et de 1661, sont la même, seroit environ $\frac{2}{3}$, probabilité beaucoup trop petite, pour prononcer l'identité des deux comètes ; ainsi, l'on ne doit pas être surpris que cette comète n'ait point reparu dans ces dernières années.

La nébulosité dont les comètes sont presque toujours environnées, paraît être formée des vapeurs que la chaleur solaire élève de leur surface. On conçoit, en effet, que la grande chaleur qu'elles éprouvent vers leur périhélie, doit raréfier les matières que congelait le froid excessif qu'elles éprouvaient à leurs aphélies. Il paraît encore que les queues des comètes ne sont que ces vapeurs élevées à de très-grandes hauteurs, par cette raréfaction combinée soit avec l'impulsion des rayons solaires, soit avec la dissolution de ces vapeurs dans le fluide qui nous réfléchit la lumière zodiacale. Cela semble résulter de la direction de ces queues qui sont toujours au-delà des comètes, relativement au soleil, et qui ne devenant visibles que près du pé-

rihélie, ne parviennent au *maximum* qu'après le passage à ce point, lorsque la chaleur communiquée aux comètes par le soleil, s'est accrue par sa durée et par la proximité de cet astre.

CHAPITRE VII.

Des lois du mouvement des satellites autour de leurs planètes.

Nous avons exposé dans le chapitre VI du livre précédent, les lois du mouvement du satellite de la terre, et ses principales inégalités. Il nous reste à considérer celles du mouvement des satellites de Jupiter, de Saturne et d'Uranus.

Si l'on prend pour unité, le demi-diamètre de l'équateur de Jupiter, supposé de 60″,185, à la moyenne distance de la planète au soleil; les distances moyennes de ses satellites à son centre, seront à fort peu près.

I. Satellite.....5,697300.
II. Satellite.....9,065898.
III. Satellite.....14,461628.
IV. Satellite.....25,436000.

Les durées de leurs révolutions sydérales sont :

	j.
I. Satellite.....	1 ,769137787069931.
I. Satellite.....	3 ,551181016734509.
III. Satellite.....	7 ,154552807541524.
IV. Satellite.....	16 ,689019396008634.

Les durées des révolutions synodiques des satellites, ou les intervalles des retours de leurs conjonctions moyennes à Jupiter, sont faciles à conclure des durées de leurs révolutions sydérales, et de celle de la révolution sydérale de Jupiter.

Au commencement de 1700, les longitudes moyennes des satellites étaient:

I. Satellite.....	85°,8491.
II. Satellite.....	83 ,5827.
III. Satellite.....	82 ,4495.
IV. Satellite.....	253 ,1545.

En comparant les distances des quatre satellites de Jupiter, aux durées de leurs révolutions; on observe entre ces quantités, le beau rapport que nous avons vu exister entre les distances moyennes des planètes au soleil, et les durées de leurs révolutions; c'est-à-dire que *les quarrés des*

des tems des révolutions sydérales des satellites ; sont entre eux comme les cubes de leurs moyennes distances au centre de Jupiter.

Les fréquentes éclipses des satellites, ont fourni aux astronômes, le moyen de suivre leurs mouvemens, avec une précision que l'on ne peut pas attendre de l'observation de leur distance à Jupiter ; elles ont fait connaître les résultats suivans.

L'ellipticité de l'orbe du premier satellite est insensible ; son plan coïncide à très-peu près avec celui de l'équateur de Jupiter, dont l'inclinaison à l'orbe de cette planète, est de $4^{o},4444$.

L'ellipticité de l'orbe du second satellite, est pareillement insensible. Son inclinaison sur l'orbe de Jupiter, est variable, ainsi que la position de ses nœuds. Toutes ces variations sont représentées à-peu-près, en supposant l'orbe du satellite, incliné d'environ $5182''$ à l'équateur de Jupiter, et en donnant à ses nœuds sur ce plan, un mouvement rétrograde dont la période est de trente années juliennes.

On observe une petite ellipticité dans l'orbe du troisième satellite ; l'extrémité de son grand axe, la plus voisine de Jupiter, et que l'on

nomme *périjove*, a un mouvement direct, et l'excentricité de l'orbe paraît assujettie à des variations très-sensibles. Vers la fin du dernier siècle, l'équation du centre était à son *maximum* où elle s'élevait à-peu-près à 2661″; elle a ensuite diminué, et vers 1775, elle était à son *minimum* et d'environ 759″. L'inclinaison de l'orbe de ce satellite, sur celui de Jupiter, et la position de ses nœuds sont variables; on représente à-peu-près ces variations, en supposant l'orbe incliné d'environ 2244″ sur l'équateur de Jupiter, et en donnant à ses nœuds, un mouvement rétrograde sur le plan de cet équateur, dans une période de 137 ans.

L'orbe du quatrième satellite a une ellipticité très-sensible; son périjove a un mouvement direct d'environ 7852″; cet orbe est incliné de 272′ à l'orbe de Jupiter. C'est en vertu de cette inclinaison, que le quatrième satellite passe souvent derrière la planète, relativement au soleil, sans s'éclipser. Depuis la découverte des satellites, jusqu'en 1760, l'inclinaison a paru constante; mais elle a augmenté d'une quantité sensible, dans ces dernières années. Nous reviendrons sur toutes ces variations, quand nous en développerons la cause.

Indépendamment de ces variations, les mouvemens des satellites de Jupiter, sont assujettis à des inégalités qui troublent leurs mouvemens elliptiques, et qui rendent leur théorie fort compliquée ; elles sont principalement sensibles dans les trois premiers satellites dont les mouvemens offrent des rapports très-remarquables.

Leurs moyens mouvemens sont tels que celui du premier satellite, plus deux fois celui du troisième, est à très-peu près égal à trois fois le moyen mouvement du second satellite. Le même rapport subsiste entre les moyens mouvemens synodiques ; car le mouvement synodique n'étant que l'excès du mouvement sydéral d'un satellite, sur celui du Jupiter ; si l'on substitue les mouvemens synodiques, au lieu des moyens mouvemens, dans l'égalité précédente ; le moyen mouvement de Jupiter disparaît, et l'égalité reste la même.

Les longitudes moyennes soit synodiques, soit sydérales des trois premiers satellites vus du centre de Jupiter, sont telles que celle du premier satellite, moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisième, est égale à très-peu près, à la demi circonférence.

Cette égalité est si approchée, que l'on est tenté de la regarder comme rigoureuse, et de rejetter sur les erreurs des observations, les quantités très-petites dont elles s'en écartent. On peut au moins, assurer qu'elle subsistera pendant une longue suite de siècles ; d'où il résulte que d'ici à un très-grand nombre d'années, les trois premiers satellites de Jupiter ne pourront pas être éclipsés à-la-fois.

Les périodes et les lois des principales inégalités de ces satellites, sont les mêmes. L'inégalité du premier, avance ou retarde ses éclipses, de 233″ en tems, dans son *maximum*. En comparant sa marche, aux positions respectives des deux premiers satellites ; on a trouvé qu'elle disparaît, lorsque ces satellites vus du centre de Jupiter sont en même-tems, en opposition avec le soleil ; qu'elle croît ensuite et devient la plus grande, lorsque le premier satellite, au moment de son opposition, est de 50° plus avancé que le second ; qu'elle redevient nulle, lorsqu'il est plus avancé de 100° ; qu'au-delà, elle prend un signe contraire, et retarde les éclipses, et qu'elle augmente, jusqu'à 150° de distance entre les satellites, où elle est à son *maximum* négatif ; qu'elle diminue ensuite et

disparaît à 200° de distance ; enfin, que dans la seconde moitié de la circonférence, elle suit les mêmes lois que dans la première. On a conclu delà, qu'il existe dans le mouvement du premier satellite autour de Jupiter, une inégalité de 5258″ dans son *maximum*, et proportionnelle au sinus du double de l'excès de la longitude moyenne du premier satellite sur celle du second, excès égal à la différence des longitudes moyennes synodiques des deux satellites. La période de cette inégalité n'est pas de quatre jours ; mais comment dans les éclipses du premier satellite, se transforme-t-elle dans une période de $437^{j.}, 75$? C'est ce que nous allons expliquer.

Supposons que le premier et le second satellites partent ensemble, de leurs moyennes oppositions avec le soleil. A chaque circonférence que décrira le premier satellite, en vertu de son moyen mouvement synodique ; il sera dans son opposition moyenne. Si l'on conçoit un astre fictif dont le mouvement angulaire soit égal à l'excès du moyen mouvement synodique du premier satellite, sur deux fois celui du second ; alors, le double de la différence des moyens mouvemens synodiques des deux

satellites, sera dans les éclipses du premier, égal à un multiple de la circonférence, plus au mouvement de l'astre fictif ; le sinus de ce dernier mouvement sera donc proportionnel à l'inégalité du premier satellite dans les éclipses, et pourra la représenter. Sa période est égale à la durée du mouvement de l'astre fictif, durée qui, d'après les moyens mouvemens synodiques des deux satellites, est de $437^{j},75$; elle est ainsi déterminée avec une plus grande précision, que par l'observation directe.

L'inégalité du second satellite suit une loi semblable à celle du premier, avec la différence qu'elle est constamment de signe contraire. Elle avance ou retarde les éclipses, de 1059″ en tems, dans son *maximum*. En la comparant aux positions respectives des deux premiers satellites ; on observe qu'elle disparaît, lorsqu'ils sont à-la-fois en opposition avec le soleil ; qu'elle retarde ensuite, de plus en plus, les éclipses du second satellite, jusqu'à ce que les deux satellites soient éloignés entre eux, de cent degrés, à l'instant de ces phénomènes ; que ce retard diminue et redevient nul, lorsque la distance mutuelle des deux satellites est de

deux cents degrés ; enfin, qu'au-delà de ce terme, les éclipses avancent de la même manière dont elles avaient précédemment retardé. On a conclu de ces observations, qu'il existe dans le mouvement du second satellite, une inégalité de 11923″ dans son *maximum*, proportionnelle et affectée d'un signe contraire au sinus de l'excès de la longitude moyenne du premier satellite, sur celle du second, excès égal à la différence des moyens mouvemens synodiques des deux satellites.

Si les deux satellites partent ensemble, de leur opposition moyenne au soleil ; le second satellite sera dans son opposition moyenne, à chaque circonférence qu'il décrira en vertu de son moyen mouvement synodique. Si l'on conçoit comme précédemment, un astre dont le mouvement angulaire soit égal à l'excès du moyen mouvement synodique du premier satellite, sur deux fois celui du second ; alors, la différence des mouvemens synodiques des deux satellites, sera dans les éclipses du second, égal à un multiple de la circonférence, plus au mouvement de l'astre fictif. L'inégalité du second satellite sera donc dans ses éclipses, proportionnelle au sinus du mouvement de cet

astre fictif. On voit ainsi la raison pour laquelle la période et la loi de cette inégalité, sont les mêmes que celles de l'inégalité du premier satellite.

L'influence du premier satellite sur l'inégalité du second, est très-vraisemblable ; mais si le troisième satellite produit dans le mouvement du second, une inégalité semblable à celle que le second semble produire dans le mouvement du premier, c'est-à-dire, proportionnelle au sinus du double de la différence des longitudes moyennes du second et du troisième satellites ; cette nouvelle inégalité se confondra avec celle qui est due au premier satellite ; car, en vertu du rapport qu'ont entre elles les longitudes moyennes des trois premiers satellites, et que nous avons exposé ci-dessus ; la différence des longitudes moyennes des deux premiers satellites, est égale à la demi-circonférence, plus au double de la différence des longitudes moyennes du second et du troisième satellites, ensorte que le sinus de la première différence est le même que le sinus du double de la seconde différence, avec un signe contraire. L'inégalité produite par le troisième satellite dans le mouvement du se-

cond, aurait ainsi le même signe, et suivrait la même loi, que l'inégalité observée dans ce mouvement ; il est donc fort probable que cette inégalité est le résultat de deux inégalités dépendantes du premier et du troisième satellites. Si, par la suite des siècles, le rapport précédent entre les longitudes moyennes de ces trois satellites, cessait d'avoir lieu ; ces deux inégalités maintenant confondues, se sépareraient, et l'on pourrait connaître leur valeur respective. Mais, suivant les observations, ce rapport doit subsister pendant très-long-tems, et nous verrons, dans le quatrième livre, qu'il est rigoureux.

Enfin, l'inégalité relative au troisième satellite dans ses éclipses, comparée aux positions respectives du second et du troisième satellites, offre les mêmes rapports, que l'inégalité du second, comparée aux positions respectives des deux premiers satellites. Il existe donc dans le mouvement du troisième satellite, une inégalité proportionnelle au sinus de l'excès de la longitude moyenne du second satellite sur celle du troisième, inégalité qui, dans son *maximum*, est de $8_{27}''$. Si l'on conçoit un astre dont le mouvement angulaire soit égal

à l'excès du moyen mouvement synodique du second satellite, sur le double du moyen mouvement synodique du troisième ; l'inégalité du troisième satellite, sera dans ses eclipses, proportionnelle au sinus du mouvement de cet astre fictif; or en vertu du rapport qui existe entre les longitudes moyennes des trois satellites ; le sinus de ce mouvement est, au signe près, le même que celui du mouvement du premier astre fictif que nous avons considéré. Ainsi, l'inégalité du troisième satellite dans ses éclipses, a la même période, et suit les mêmes lois que les inégalités des deux premiers satellites.

Telle est la marche des principales inégalités des trois premiers satellites de Jupiter. Leur correspondance et celle des moyens mouvemens et des longitudes moyennes, semblent faire un systême à part, de ces trois corps animés par des forces communes, et liés par de communs rapports.

Considérons présentement la satellites de Saturne. Si l'on prend pour unité, le demi-diamètre de cette planète vue de sa moyenne distance au soleil ; les distances des satellites à son centre, seront :

I.....3,080.
II.....3,952.
III.....4,893.
IV.....6,268.
V.....8,754.
VI.....20,295.
VII.....59,154.

Les durées de leurs révolutions sydérales, sont :

j.
I.....0 ,94271.
II.....1 ,37024.
III.....1 ,88780.
IV.....2 ,73948.
V.....4 ,51749.
VI.....15 ,9453.
VII.....79 ,3296.

En comparant les durées des révolutions de ces satellites, à leurs moyennes distances au centre de Saturne ; on retrouve encore le beau rapport découvert par Kepler, relativement aux planètes, et que nous avons vu exister dans le systême des satellites de Jupiter ; c'est-à-dire, que *les quarrés des tems des révolutions des satellites de Saturne, sont entre eux, comme les*

cubes de leurs moyennes distances au centre de cette planète.

Le grand éloignement des satellites de Saturne, et la difficulté d'observer leur position, n'a pas permis de reconnaître l'ellipticité de leurs orbites, et encore moins, les inégalités auxquelles leurs mouvemens sont assujettis. Cependant, l'ellipticité de l'orbite du sixième satellite est sensible.

Si l'on prend pour unité, le demi-diamètre d'Uranus, supposé de 6″, vu de la moyenne distance de la planète au soleil ; les distances de ses satellites à son centre, seront :

I.....17,022.
II.....22,752.

Les durées de leurs révolutions sydérales, sont :

I.....8$^{j.}$,7068.
II.....13 ,4559.

En comparant entre elles, ces durées et ces distances ; on voit que *les quarrés des tems des révolutions de ces satellites, sont comme les cubes de leurs moyennes distances au centre de cette pla-*

nète. Ce rapport est donc une loi générale du mouvement d'un systême de corps qui circulent autour d'un foyer commun.

Maintenant, quelles sont les forces principales qui retiennent les planètes, les satellites et les comètes, dans leurs orbes respectifs? Quelles forces particulières troublent leurs mouvemens elliptiques? Quelle cause fait rétrograder les équinoxes, et mouvoir les axes de rotation de la terre et de la lune? Par quelles forces, enfin, les eaux de la mer sont-elles soulevées deux fois par jour? La supposition d'un seul principe dont tous ces effets dépendent, est digne de la simplicité et de la majesté de la nature. La généralité des lois que présentent les mouvemens célestes, semble en indiquer l'existence; déjà même, on entrevoit ce principe, dans les rapports de ces phénomènes avec la position respective des corps du systême solaire. Mais pour l'en faire sortir avec évidence, il faut connaître les lois du mouvement de la matière.

LIVRE TROISIÈME.

Des lois du mouvement.

AU milieu de l'infinie variété des phénomènes qui se succèdent continuellement sur la terre ; on est parvenu à démêler le petit nombre de lois générales que la matière suit dans ses mouvemens. Tout leur obéit dans la nature ; tout en derive aussi nécessairement que le retour des saisons ; et la courbe décrite par l'atôme léger que les vents semblent emporter au gré du hasard, est réglée d'une manière aussi certaine, que les orbes planétaires. L'importance de ces lois dont nous dépendons sans cesse, aurait dû exciter la curiosité dans tous les tems ; mais, par une indifférence trop ordinaire à l'esprit humain, elles ont été ignorées jusqu'au commencement du dernier siècle, époque à laquelle Galilée jetta les pre-

miers fondemens de la science du mouvement, par ses belles découvertes sur la chûte des corps. Les géomètres, en marchant sur les traces de ce grand homme, ont enfin réduit la mécanique entière, à des formules générales qui ne laissent plus à désirer que la perfection de l'analyse.

CHAPITRE PREMIER.

Des forces et de leur composition.

UN corps nous paraît être en mouvement, lorsqu'il change de situation par rapport à un systême de corps que nous jugeons en repos. Ainsi, dans un vaisseau mu d'une manière uniforme, les corps nous semblent se mouvoir, lorsqu'ils répondent successivement à ses diverses parties. Ce mouvement n'est que relatif ; car le vaisseau se meut sur la surface de la mer qui tourne autour de l'axe de la terre dont le centre se meut autour du so-

leil qui lui-même est emporté dans l'espace avec la terre et les planètes. Pour concevoir un terme à ces mouvemens, et pour arriver enfin à des points fixes d'où l'on puisse compter le mouvement absolu des corps ; on imagine un espace sans bornes, immobile et pénétrable à la matière. C'est aux parties de cet espace réel ou idéal, que nous rapportons par la pensée, la position des corps ; et nous les concevons en mouvement, lorsqu'ils répondent successivement à divers lieux de cet espace.

La nature de cette modification singulière en vertu de laquelle un corps est transporté d'un lieu dans un autre, est et sera toujours inconnue. Elle a été désignée sous le nom de *force* ; on ne peut déterminer que ses effets, et les lois de son action.

L'effet d'une force agissante sur un point matériel, est de le mettre en mouvement, si rien ne s'y oppose. La direction de la force, est la droite qu'elle tend à lui faire décrire. Il est visible que si deux forces agissent dans le même sens, elles s'ajoutent l'une à l'autre ; et que si elles agissent en sens contraire, le point ne se meut qu'en vertu de leur différence, en-

sorte qu'il resterait en repos, si elles étaient égales.

Si les directions des deux forces font entre elles, un angle quelconque ; leur résultante prendra une direction moyenne, et l'on démontre par la seule géométrie, que si, à partir du point de concours des forces, on prend sur leurs directions, des droites pour les représenter ; si l'on forme ensuite, sur ces droites, un parallélogramme ; sa diagonale représentera pour la direction et pour la quantité, leur résultante.

On peut, à deux forces composantes, substituer leur résultante ; et réciproquement, on peut, à une force quelconque, en substituer deux autres dont elle serait la résultante ; on peut donc décomposer une force, en deux autres parallèles à deux axes situés dans son plan et perpendiculaires entre eux. Il suffit pour cela, de mener par la première extrémité de la droite qui représente cette force, deux lignes parallèles à ces axes, et de former sur ces lignes, un rectangle dont cette droite soit la diagonale. Les deux côtés du rectangle représenteront les forces dans lesquelles la proposée peut se décomposer parallèlement aux axes.

Si la force est inclinée à un plan donné de position ; en prenant sur sa direction, à partir du point où elle rencontre le plan, une ligne pour la représenter ; la perpendiculaire abaissée de l'extrémité de cette ligne sur le plan, sera la force primitive décomposée perpendiculairement à ce plan. La droite qui, menée dans le plan, joint la force et la perpendiculaire, sera cette force décomposée parallèlement au plan. Cette seconde force partielle peut elle-même se décomposer en deux autres parallèles à deux axes situés dans le plan, et perpendiculaires l'un à l'autre. Ainsi, toute force peut être décomposée en trois autres parallèles à trois axes perpendiculaires entre eux.

Delà naît un moyen simple d'avoir la résultante d'un nombre quelconque de forces qui agissent sur un point matériel ; car en décomposant chacune d'elles, en trois autres parallèles à trois axes donnés de position, et perpendiculaires entre eux ; il est clair que toutes les forces parallèles au même axe, se réduiront à une seule égale à la somme de celles qui agissent dans un sens, moins la somme de celles qui agissent en sens contraire. Ainsi, le point sera sollicité par trois forces perpendiculaires entre

elles ; et si l'on prend sur chacune de leurs directions, à partir du point de concours, trois droites pour les representer ; si l'on forme ensuite sur ces droites, un parallèlépipède rectangle ; la diagonale de ce solide représentera pour la quantité et pour la direction, la résultante de toutes les forces qui agissent sur le point.

CHAPITRE II.

Du mouvement d'un point matériel.

UN point en repos, ne peut se donner aucun mouvement ; puisqu'il ne renferme pas en lui-même, de raison pour se mouvoir dans un sens plutôt que dans un autre. Lorsqu'il est sollicité par une force quelconque, et ensuite abandonné à lui-même, il se meut constamment d'une manière uniforme dans la direction de cette force, s'il n'éprouve aucune résistance ; c'est-à-dire, qu'à chaque instant, sa force et la direction de son mouvement sont

les mêmes. Cette tendance de la matière à persévérer dans son état de mouvement ou de repos, est ce que l'on nomme *inertie* ; c'est la première loi du mouvement des corps.

La direction du mouvement en ligne droite, suit évidemment de ce qu'il n'y a aucune raison pour que le point s'écarte plutôt à droite, qu'à gauche de sa direction primitive ; mais l'uniformité de son mouvement n'est pas de la même évidence. La nature de la force motrice, étant inconnue ; il est impossible de savoir *à priori*, si cette force doit se conserver sans cesse. A la vérité, un corps étant incapable de se donner aucun mouvement à lui-même, il paraît également incapable d'altérer celui qu'il a reçu ; ensorte que la loi d'inertie est au moins, la plus naturelle et la plus simple que l'on puisse imaginer. Elle est d'ailleurs confirmée par l'expérience ; en effet, nous observons sur la terre, que les mouvemens se perpétuent plus long-tems, à mesure que les obstacles qui s'y opposent, viennent à diminuer ; ce qui nous porte à croire que, sans ces obstacles, ils dureraient toujours. Mais l'inertie de la matière est principalement remarquable dans les mouvemens célestes qui, depuis un

grand nombre de siècles , n'ont point éprouvé d'altération sensible. Ainsi , nous regarderons l'inertie , comme une loi de la nature, et lorsque nous observerons de l'altération dans le mouvement d'un corps , nous supposerons qu'elle est due à l'action d'une cause étrangère.

Dans le mouvement uniforme , les espaces parcourus sont proportionnels aux tems. Mais les tems employés à décrire un espace déterminé , sont plus ou moins longs , suivant la grandeur de la force motrice. Ces différences ont fait naître l'idée de vîtesse qui , dans le mouvement uniforme , est le rapport de l'espace au tems employé à le parcourir. Pour ne pas comparer ensemble des quantités hétérogènes, telles que l'espace et le tems ; on prend un intervalle de tems , la seconde par exemple , pour unité de tems ; on choisit pareillement une unité d'espace , telle que le pied , et alors , l'espace et le tems sont des nombres abstraits qui expriment combien ils renferment d'unités de leur espèce ; on peut donc les comparer l'un à l'autre. La vîtesse devient ainsi le rapport de deux nombres abstraits , et son unité est la vîtesse d'un corps qui parcourt un pied , dans une seconde. En rédui-

sant de cette manière, l'espace, le tems et la vîtesse, à des nombres abstraits ; on voit que l'espace est égal au produit de la vîtesse par le tems qui, conséquemment, est égal à l'espace divisé par la vîtesse.

La force n'étant connue que par l'espace qu'elle fait décrire dans un tems déterminé, il est naturel de prendre cet espace, pour sa mesure ; mais cela suppose que plusieurs forces agissantes dans le même sens, feront parcourir durant une unité de tems, un espace egal à la somme des espaces que chacune d'elles eût fait parcourir séparément, ou, ce qui revient au même, que la force est proportionnelle à la vîtesse. C'est ce que nous ne pouvons pas savoir *à priori*, vu notre ignorance sur la nature de la force motrice ; il faut donc encore sur cet objet, recourir à l'expérience ; car tout ce qui n'est pas une suite nécessaire du peu de données que nous avons sur la nature des choses, n'est pour nous qu'un résultat de l'observation.

La force peut être exprimée par une infinité de fonctions de la vîtesse, qui n'impliquent point contradiction. Il n'y en a pas à la supposer proportionnelle au quarré de la vîtesse,

Dans cette hypothèse, il est facile de déterminer le mouvement d'un point sollicité par un nombre quelconque de forces dont les vîtesses sont connues ; car si l'on prend sur les directions de ces forces, à partir de leur point de concours, des droites pour représenter leurs vîtesses, et si l'on détermine sur ces mêmes directions, en partant du même point, de nouvelles droites qui soient entre elles, comme les quarrés des premières ; ces droites pourront représenter les forces elles-mêmes. En les composant ensuite par ce qui précède, on aura la direction de leur résultante, ainsi que la droite qui l'exprime, et qui sera au quarré de la vîtesse correspondante, comme la droite qui représente une des forces composantes, est au quarré de sa vîtesse. On voit par-là, comment on peut déterminer le mouvement d'un point, quelque soit la fonction de la vîtesse qui exprime la force. Parmi toutes les fonctions mathématiquement possibles ; examinons quelle est celle de la nature.

On observe sur la terre, qu'un corps sollicité par une force quelconque, se meut de la même manière, quelque soit l'angle que la direction de cette force, fait avec la direction

du mouvement commun au corps et à la partie de la surface terrestre à laquelle il répond. La même chose a lieu dans un vaisseau dont le mouvement est uniforme ; un mobile soumis à l'action d'un ressort, de la pesanteur, ou de toute autre force, se meut relativement aux parties du vaisseau, de la même manière, quelque soit la vîtesse du vaisseau, et sa direction. On peut donc établir comme une loi générale des mouvemens terrestres, que si dans un systême de corps emportés d'un mouvement commun, on imprime à l'un d'eux, une force quelconque ; son mouvement relatif ou apparent, sera le même, quelque soit le mouvement général du systême, et l'angle que fait sa direction avec celle de la force imprimée.

La proportionnalité de la force à la vîtesse, résulte de cette loi supposée rigoureuse ; car si l'on conçoit deux corps mus sur une même droite, avec des vîtesses égales, et qu'en imprimant à l'un d'eux, une force qui s'ajoute à la première, sa vîtesse relativement à l'autre corps, soit la même que si les deux corps étaient primitivement en repos ; il est visible que l'espace décrit par le corps, en vertu de

sa force primitive, et de celle qui lui est ajoutée, est alors égal à la somme des espaces que chacune d'elles eût fait décrire séparément dans le même temps ; ce qui suppose la force proportionnelle à la vîtesse.

Réciproquement, si la force est proportionnelle à la vîtesse, les mouvemens relatifs d'un systême de corps animés de forces quelconques, sont les mêmes, quelque soit leur mouvement commun ; car ce mouvement décomposé en trois autres parallèles à trois axes fixes, ne fait qu'accroître d'une même quantité, les vîtesses partielles de chaque corps parallèlement à ces axes ; et comme la vîtesse relative ne dépend que de la différence de ces vîtesses partielles; elle est la même, quelque soit le mouvement commun à tous les corps. Il est donc impossible alors de juger du mouvement absolu d'un systême dont on fait partie, par les apparences que l'on y observe ; et c'est-là ce qui caractérise cette loi dont l'ignorance a retardé la connaissance du vrai systême du monde, par la difficulté de concevoir les mouvemens relatifs des projectiles, au-dessus de la surface de la terre emportée par un double mouvement

de rotation sur elle-même, et de révolution autour du soleil.

Mais vu l'extrême petitesse des mouvemens les plus considérables que nous pouvons imprimer aux corps, eu égard au mouvement qui les emporte avec la terre ; il suffit, pour que les apparences d'un système de corps, soient indépendantes de la direction de ce mouvement ; qu'un petit accroissement dans la force dont la terre est animée, soit à l'accroissement correspondant de sa vîtesse, dans le rapport de ces quantités elles-mêmes. Ainsi, nos expériences prouvent seulement la réalité de cette proportion qui, si elle avait lieu, quelque fût la vîtesse de la terre, donnerait la loi de la vîtesse proportionnelle à la force. Elle donnerait encore cette loi, si la fonction de la vîtesse, qui exprime la force, n'était composée que d'un seul terme. Il faudrait donc, si la vîtesse n'était pas proportionnelle à la force, supposer que dans la nature, la fonction de la vîtesse, qui exprime la force, est formée de plusieurs termes, ce qui est peu probable. Il faudrait supposer de plus, que la vîtesse de la terre est exactement celle qui convient à la proportion précédente, ce qui

est contre toute vraisemblance. D'ailleurs, la vîtesse de la terre varie dans les diverses saisons de l'année ; elle est d'un trentième environ, plus grande en hiver qu'en été ; cette variation est plus considérable encore, si comme tout paraît l'indiquer, le systême solaire est en mouvement dans l'espace ; car selon que ce mouvement progressif conspire avec celui de la terre, ou selon qu'il lui est contraire, il doit en résulter pendant le cours de l'année, de grandes variations dans le mouvement absolu de la terre ; ce qui devrait altérer la proportion dont il s'agit, et le rapport de la force imprimée à la vîtesse relative qui en résulte ; si cette proportion et ce rapport n'étaient pas indépendans du mouvement de la terre. Cependant, les expériences les plus précises n'y font appercevoir aucune altération sensible.

Tous les phénomènes célestes viennent à l'appui de ces preuves. La vîtesse de la lumière, déterminée par les éclipses des satellites de Jupiter, se compose avec celle de la terre, exactement comme dans la loi de la proportionnalité de la force à la vîtesse ; et tous les mouvemens du systême solaire, cal-

culés d'après cette loi, sont entièrement conformes aux observations.

Voilà donc deux lois du mouvement, savoir, la loi d'inertie et celle de la force proportionnelle à la vîtesse, qui sont données par l'observation. Elles sont les plus naturelles et les plus simples que l'on puisse imaginer, et sans doute, elles dérivent de la nature même de la matière ; mais cette nature étant inconnue, ces lois ne sont pour nous, que des faits observés, les seuls, au reste, que la mécanique emprunte de l'expérience.

La vîtesse étant proportionnelle à la force, ces deux quantités peuvent être représentées l'une par l'autre ; on aura donc par ce qui précède, la vîtesse d'un point sollicité par un nombre quelconque de forces dont on connaît les directions et les vîtesses.

Si le point est sollicité par des forces agissantes d'une manière continue ; il décrira d'un mouvement sans cesse variable, une courbe dont la nature dépend des forces qui la font décrire. Pour la déterminer ; il faut considérer la courbe dans ses élémens, voir comment ils naissent les uns des autres, et

remonter de la loi d'accroissement des coor-
données, à leur expression finie. C'est ici que le calcul infinitesimal devient indispensable, et l'on sent combien il est utile de perfectionner ce puissant instrument de l'esprit humain.

Nous avons dans la pesanteur, un exemple journalier d'une force qui semble agir sans interruption. A la vérité, nous ignorons si ses actions successives sont séparées par des intervalles de tems, dont la durée est insensible; mais les phénomènes étant à très-peu près les mêmes, dans cette hypothèse et dans celle d'une action continue; les géomètres ont adopté celle-ci, comme étant plus commode et plus simple. Développons les lois de ces phénomènes.

La pesanteur paraît agir de la même manière sur les corps, dans l'état du repos, et dans celui du mouvement. Au premier instant, un corps abandonné à son action, acquiert un degré de vîtesse, infiniment petit; un nouveau degré de vîtesse s'ajoute au premier, dans le second instant, et ainsi de suite, ensorte que la vîtesse augmente en raison des tems.

Si l'on imagine un triangle rectangle dont un

des côtés représente le tems et croisse avec lui ; l'autre côté pourra représenter la vîtesse. L'élément de la surface de ce triangle, étant égal au produit de l'élément du tems par la vîtesse, il représentera l'élément de l'espace que la pesanteur fait décrire ; ainsi, cet espace sera représenté par la surface entière du triangle qui croissant comme le quarré d'un de ses côtés, nous montre que dans le mouvement accéléré par l'action de la pesanteur, les vîtesses augmentent comme les tems, et les hauteurs dont le corps tombe en partant du repos, croissent comme les quarrés des tems ou des vîtesses. En exprimant donc par l'unité, l'espace dont un corps descend dans la première seconde ; il descendra de quatre unités, en deux secondes ; de neuf unités en trois secondes, et ainsi du reste; ensorte qu'à chaque seconde, il décrira des espaces croissans comme les nombres impairs, 1, 3, 5, 7, etc.

L'espace qu'un corps, en vertu de la vîtesse acquise à la fin de sa chûte, décrirait pendant un tems égal à sa durée, serait le produit de ce tems par sa vîtesse ; ce produit est le double de la surface du triangle ; ainsi, le corps mu

uniformément en vertu de sa vîtesse acquise, décrirait dans un tems égal à celui de sa chûte, un espace double de celui qu'il a parcouru.

Le rapport de la vîtesse acquise, au tems, est constant pour une même force accélératrice ; il augmente ou diminue, suivant qu'elles sont plus ou moins grandes ; il peut donc servir à les exprimer. Le double de l'espace parcouru, étant le produit du tems par la vîtesse; la force accélératrice est égale à ce double espace divisé par le quarré du tems. Elle est encore égale au quarré de la vîtesse divisé par ce double espace. Ces trois manières d'exprimer les forces accélératrices, sont utiles dans diverses circonstances ; elle ne donnent pas les valeurs absolues de ces forces, mais seulement leurs rapports soit entre elles, soit avec l'une d'elles, prise pour unité ; et dans la mécanique, on n'a besoin que de ces rapports.

Sur un plan incliné, l'action de la pesanteur se décompose en deux, l'une perpendiculaire au plan, et qui est détruite par sa résistance ; l'autre parallèle au plan, et qui est à la pesanteur primitive, comme la hauteur du plan est à sa longueur ; le mouve-

ment est donc uniformément accéléré sur les plans inclinés ; mais les vîtesses et les espaces parcourus, sont aux vîtesses et aux espaces parcourus dans le même tems, suivant la verticale, dans le rapport de la hauteur du plan, à sa longueur. Il suit delà que toutes les cordes d'un cercle, qui aboutissent à l'une des extrémités de son diamètre vertical, sont parcourues par l'action de la pesanteur, dans le même tems que ce diamètre.

Un projectile lancé suivant une droite quelconque, s'en écarte sans cesse, en décrivant une courbe concave vers l'horison, et dont cette droite est la première tangente. Son mouvement rapporté à cette droite par des lignes verticales, est uniforme ; mais il s'accélère suivant ces verticales, conformément aux lois que nous venons d'exposer ; en élevant donc de chaque point de la courbe, des verticales sur la première tangente ; elles seront poportionelles aux quarrés des parties correspondantes de cette tangente, propriété qui caractérise la parabole. Si la force de projection est dirigée suivant la verticale elle même, la parabole se confond alors avec elle ; ainsi, les formules du mouvement parabolique donnent

nent celles des mouvemens accélérés ou rétardés dans la verticale.

Telles sont les lois de la chûte des graves, découvertes par Galilée. Il nous semble aujourd'hui, qu'il était facile d'y parvenir; mais puisqu'elles avaient échappé aux recherches des philosophes, malgré les phénomènes qui les reproduisaient sans cesse, il fallait un rare génie pour les démêler dans ces phénomènes.

On a vû dans le premier livre, qu'un point matériel suspendu à l'extrémité d'une droite sans masse, et fixe à son autre extrémité, forme le pendule simple. Ce pendule écarté de la verticale, tend à y revenir par sa pesanteur, et cette tendance est à très-peu près proportionnelle à cet écart, s'il est peu considérable. Imaginons deux pendules de même longueur, et partant au même instant, avec des vîtesses très-petites, de la situation verticale. Ils décriront au premier instant, des arcs proportionnels à ces vîtesses. Au commencement d'un second instant égal au premier, les vîtesses seront retardées proportionnellement aux arcs décrits, et aux vîtesses primitives; les arcs décrits dans cet instant, seront donc en-

core proportionnels à ces vîtesses. Il en sera de même des arcs décrits au troisième instant, au quatrième, etc. Ainsi, à chaque instant, les vîtesses et les arcs mesurés depuis la verticale, seront proportionnels aux vîtesses primitives ; les pendules arriveront donc au même moment, à l'état du repos. Ils reviendront ensuite vers la verticale, par un mouvement accéléré suivant les mêmes lois par lesquelles leur vîtesse avait été retardée, et ils y parviendront au même instant et avec leur vîtesse primitive. Ils oscilleront de la même manière, de l'autre côté de la verticale, et ils continueraient d'osciller à l'infini, sans les résistances qu'ils éprouvent. Il est visible que l'étendue de leurs oscillations est proportionnelle à leur vîtesse primitive ; mais la durée de ces oscillations est la même, et par conséquent indépendante de leur grandeur.

La force qui accélère le pendule, n'étant pas exactement en raison de l'arc mesuré depuis la verticale, cet isocronisme n'est qu'approché relativement aux petites oscillations d'un corps pesant mû dans un cercle. Il est rigoureux dans la courbe sur laquelle la pesanteur décomposée parallèlement à la tangente, est

proportionelle à l'arc compté du point le plus bas, ce qui donne immédiatement son équation différentielle. Huyghens à qui l'on doit l'application du pendule aux horloges, avait intérêt de connaître cette courbe, et la manière de la faire décrire au pendule. Il trouva qu'elle est une cicloïde placée verticalement ensorte que son sommet soit le point le plus bas, et que pour la faire décrire à un corps suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible, il suffit de fixer l'autre extrémité, à l'origine commune de deux cicloïdes égales à celle que l'on veut faire décrire, et placées verticalement en sens contraire, de manière que le fil en oscillant, enveloppe alternativement une portion de chacune de ces courbes. Quelques ingénieuses que soient ces recherches, l'expérience a fait préférer le pendule circulaire, comme étant beaucoup plus simple, et d'une précision suffisante dans la pratique ; mais la théorie des développées qu'elles ont fait naître, est devenue très-importante, par ses applications au systême du monde.

La durée des oscillations fort petites d'un pendule circulaire, est au tems qu'un corps pesant employerait à tomber d'une hauteur

égale au double de la longueur du pendule, comme la demi-conférence est au diamètre. Ainsi, le tems de la chûte d'un corps, le long d'un petit arc de cercle terminé par un diamètre vertical, est au tems de la chûte le long de ce diamètre, ou ce qui revient au même, par la corde de l'arc, comme le quart de la circonférence est au diamètre; la droite menée entre deux points donnés, n'est donc pas la ligne de la plus vîte descente de l'un à l'autre. La recherche de cette ligne a excité la curiosité des géomètres, et ils ont trouvé qu'elle est une cicloïde dont l'origine est au point le plus élevé.

La longueur du pendule simple qui bat les secondes, est au double de la hauteur dont la pesanteur fait tomber les corps dans la première seconde de leur chûte, comme le quarré du diamètre est au quarré de la circonférence. On a vû dans le premier livre, que des expériences très-exactes ont donné la longueur du pendule à secondes à Paris, de $2^{p.}$,28386; il en résulte que la pesanteur y fait tomber les corps, de $11^{pi.}$,2704, dans la première seconde. Ce passage du mouvement

d'oscillation dont on peut observer avec une grande précision, la durée, au mouvement rectiligne des graves, est une remarque ingénieuse dont on est encore redevable à Huyghens.

Les durées des oscillations fort petites des pendules de longueurs différentes, et animés par la même pesanteur, sont comme les racines quarrées de ces longueurs. Si les pendules sont de même longueur, et animés de pesanteurs différentes; les durées des oscillations, sont réciproques aux racines quarreés des pesanteurs.

C'est au moyen de ces théorêmes, que l'on a déterminé la variation de la pesanteur à la surface de la terre, et au sommet des montagnes. Les observations du pendule ont pareillement fait connaître que la pesanteur ne dépend ni de la surface, ni de la figure des corps; mais qu'elle pénètre leurs parties les plus intimes, et qu'elle tend à leur imprimer, dans le même tems, des vîtesses égales. Pour s'en assurer, Newton a fait osciller un grand nombre de corps de même poids, et différens soit par la figure, soit par la matière, en les plaçant dans l'intérieur d'une même surface, afin que la résistance de l'air

fût la même. Quelque précision qu'il ait apportée dans ses experiences, il n'a point remarqué de différence sensible entre les durées des oscillations de ces corps ; d'où il suit que sans les résistances qu'ils éprouvent, leur vîtesse acquise par l'action de la pesanteur, serait la même en tems égal.

Nous avons encore dans le mouvement circulaire, l'exemple d'une force agissante d'une manière continue. Le mouvement de la matière abandonnée à elle-même, étant uniforme et rectiligne ; il est clair qu'un corps mu sur une circonférence, tend sans cesse à s'éloigner du centre par la tangente. L'effort qu'il fait pour cela, se nomme *force centrifuge*, et l'on nomme *force centrale* ou *centripète*, toute force dirigée vers un centre. Dans le mouvement circulaire, la force centrale est égale et directement contraire à la force centrifuge ; elle tend sans cesse à rapprocher le corps, du centre de la circonférence, et dans un intervalle de tems très-court, son effet est mesuré par le sinus verse du petit arc décrit.

On peut, au moyen de ce résultat, comparer à la pesanteur, la force centrifuge due au mouvement de rotation de la terre. A

l'équateur, les corps décrivent en vertu de cette rotation, dans chaque seconde de tems, un arc de 40″,1095 de la circonférence de l'équateur terrestre. Le rayon de cet équateur étant de 19634778 pieds, à fort peu près; le sinus verse est de cet arc de $0^{pi.}$,0389704. Pendant une seconde, la pesanteur fait tomber les corps à l'équateur, de $11^{pi.}$,23585; ainsi la force centrale nécessaire pour retenir les corps à la surface de la terre, et par conséquent, la force centrifuge due à son mouvement de rotation, est à la pesanteur à l'équateur, dans le rapport de l'unité, à 288,3. La force centrifuge diminue la pesanteur, et les corps ne tombent à l'équateur, qu'en vertu de la différence de ces deux forces; en nommant donc *gravité*, la pesanteur entière qui aurait lieu sans la diminution qu'elle éprouve; la force centrifuge à l'équateur est à fort peu près, $\frac{1}{289}$ de la gravité. Si la rotation de la terre était dix-sept fois plus rapide, l'arc décrit dans une seconde, à l'équateur, serait dix-sept fois plus grand, et son sinus verse serait 289 fois plus considérable; la force centrifuge serait alors égale à la gravité, et les

corps cesseraient de peser sur la terre, à l'équateur.

En général, l'expression d'une force accélératrice constante qui agit toujours dans le même sens, est égale au double de l'espace qu'elle fait décrire, divisé par le quarré du tems ; toute force accélératrice, dans un intervalle de tems très-court, peut être supposée constante et agir suivant la même direction ; d'ailleurs, l'espace que la force centrale fait décrire dans le mouvement circulaire, est le sinus verse du petit arc décrit, et ce sinus est à très-peu-près égal au quarré de l'arc, divisé par le diamètre ; l'expression de cette force est donc le quarré de l'arc décrit, divisé par le quarré du tems et par le rayon du cercle. L'arc divisé par le tems est la vîtesse même du corps ; la force centrale et la force centrifuge sont donc égales au quarré de la vîtesse, divisé par le rayon.

Rapprochons ce résultat, de celui que nous avons trouvé précédemment, et suivant lequel la pesanteur est égale au quarré de la vîtesse acquise, divisée par le double de l'espace parcouru ; nous verrons que la force centrifuge est égale à la pesanteur, si la vîtesse du corps qui circule, est la même que celle acquise par

un corps pesant qui tomberait d'une hauteur égale à la moitié du rayon de la circonférence décrite.

Les vîtesses de plusieurs corps mus circulairement, sont entr'elles comme les circonférences qu'ils décrivent, divisées par les tems de leurs révolutions ; les circonférences sont comme les rayons ; ainsi, les quarrés des vîtesses sont comme les quarrés des rayons, divisés par les quarrés de ces tems ; les forces centrifuges sont donc entre elles comme les rayons des circonférences, divisés par les quarrés des tems des révolutions. Il suit delà que sur les diverses parallèles terrestres, la force centrifuge due au mouvement de rotation de la terre, est proportionnelle aux rayons de ces parallèles.

Ces beaux théorêmes découverts par Huyghens, ont conduit Newton à la théorie générale du mouvement dans les courbes, et à la loi de la pesanteur universelle.

Un corps qui décrit une courbe quelconque, tend à s'en écarter par la tangente ; or on peut toujours imaginer un cercle qui passe par deux élémens contigus de la courbe, et que l'on nomme *cercle osculateur* ; dans deux instans consécutifs, le corps est mû sur la circonférence de ce cercle ; sa force centrifuge est donc

égale au quarré de sa vîtesse, divisé par le rayon du cercle osculateur ; mais la position et la grandeur de ce cercle varient sans cesse.

Si la courbe est décrite en vertu d'une force dirigée vers un point fixe ; on peut décomposer cette force en deux, l'une suivant le rayon osculateur, l'autre suivant l'élément de la courbe. La première fait équilibre à la force centrifuge ; la seconde augmente ou diminue la vîtesse du corps ; cette vîtesse est donc continuellement variable. Mais elle est toujours telle que *les aires décrites par le rayon vecteur, autour de l'origine de la force, sont proportionnelles aux tems. Réciproquement, si les aires tracées par le rayon vecteur autour d'un point fixe, croissent comme le tems, la force qui sollicite le corps, est constamment dirigée vers ce point.* Ces propositions fondamentales dans la théorie du système du monde, se démontrent aisément de cette manière.

La force accélératrice peut être supposée n'agir qu'au commencement de chaque instant pendant lequel le mouvement du corps est uniforme ; le rayon vecteur trace alors un petit triangle. Si la force cessait d'agir dans l'instant suivant ; le rayon vecteur tracerait dans ce

nouvel instant, un nouveau triangle égal au premier, puisque ces deux triangles ayant leur sommet au point fixe origine de la force, leurs bases situées sur une même droite, seraient égales, comme étant décrites avec la même vîtesse, pendant des instans que nous supposons égaux. Mais, au commencement du nouvel instant, la force accélératrice se combine avec la force tangentielle du corps, et fait decrire la diagonale du parallélogramme dont les côtés représentent ces forces. Le triangle que le rayon vecteur décrit en vertu de cette force com née, est égal à celui qu'il eût décrit, sans l'action de la force accélératrice; car, ces deux triangles ont pour base commune, le rayon vecteur de la fin du premier instant, et leurs sommets sont sur une droite parallèle à cette base; l'aire tracée par le rayon vecteur, est donc égale dans deux instans consécutifs égaux, et par conséquent le secteur décrit par ce rayon, croît comme le nombre de ces instans, ou comme les tems. Il est visible que cela n'a lieu qu'autant que la force accélératrice est dirigée vers le point fixe; autrement, les triangles que nous venons de considérer, n'auraient pas même hauteur et

même base ; ainsi, la proportionnalité des aires aux tems, démontre que la force accélératrice est dirigée constamment vers l'origine du rayon vecteur.

Dans ce cas, si l'on imagine un très-petit secteur décrit pendant un intervalle de tems fort court ; que de la première extrémité de ce secteur, on mène une tangente à la courbe, et que l'on prolonge jusqu'à cette tangente, le rayon vecteur mené de l'origine de la force, à l'autre extrémité du secteur ; la partie de ce rayon, interceptée entre la courbe et la tangente, sera visiblement l'espace que la force centrale a fait décrire. En divisant le double de cet espace, par le quarré du tems, on aura l'expression de la force ; or le secteur est proportionnel au tems ; la force centrale est donc comme la partie du rayon vecteur, interceptée entre la courbe et la tangente, divisée par le quarré du secteur. A la rigueur, la force centrale dans les divers points de la courbe, n'est pas proportionnelle à ces quotiens ; mais elle approche d'autant plus de l'être, que les secteurs sont plus petits, ensorte qu'elle est exactement proportionnelle à la limite de ces quotiens. L'analyse différentielle donne cette limite,

en fonction du rayon vecteur, lorsquel a nature de la courbe est connue, et alors, on a la fonction de la distance, à laquelle la force centrale est proportionnelle.

Si la loi de la force est donnée, la recherche de la courbe qu'elle fait décrire, présente plus de difficultés ; mais quelque soient les forces dont un corps est animé, on déterminera facilement de la manière suivante, les variations élémentaires de son mouvement. Imaginons trois axes fixes perpendiculaires entre eux ; la position du corps à un instant quelconque, sera déterminée par trois coordonnées paralleles à ces axes. En décomposant chacune des forces qui agissent sur le point, en trois autres dirigées parallèlement aux mêmes axes ; le produit de la résultante de toutes les forces parallèles à l'une des coordonnées, par l'élément du tems pendant lequel elle agit, exprimera l'accroissement de la vîtesse du corps parallèlement à cette coordonnée ; or cette vîtesse, pendant cet élément, peut être considérée comme étant uniforme et égale à l'élément de la coordonnée, divisé par l'élément du tems ; la variation élémentaire de ce quotient, est donc égale au produit précédent.

La considération des deux autres coordonnées fournit deux égalités semblables ; ainsi, la détermination du mouvement du corps devient une recherche de pure analyse, qui se réduit à l'intégration de ces équations differentielles.

Cette intégration est facile, quand la force est dirigée vers un point fixe ; mais souvent, la nature des forces la rend impossible. Cependant, la considération des équations differentielles conduit à quelques principes intéressans de mécanique, tels que le suivant *La variation élémentaire du quarré de la vîtesse d'un corps soumis à l'action de forces accélératrices quelconques, est égale au double de la somme des produits de chaque force, par le petit espace dont le corps, dans un instant, s'avance suivant la direction de cette force.* Il est aisé d'en conclure que la vîtesse acquise par un corps pesant, le long d'une ligne ou d'une surface courbe, est la même que s'il fût tombé verticalement de la même hauteur.

Plusieurs philosophes frappés de l'ordre qui règne dans la nature, et de la fécondité de ses moyens dans la production des phenomènes; ont pensé qu'elle parvient toujours à son but,

par les voies les plus simples. En étendant cette manière de voir, à la mécanique ; ils ont cherché l'économie que la nature avait eue pour objet, dans l'emploi des forces. Après diverses tentatives infructueuses, ils ont enfin reconnu que, parmi toutes les courbes qu'un corps peut décrire en allant d'un point à un autre, il choisit toujours celle dans laquelle l'intégrale du produit de la masse du corps, par sa vîtesse et par l'élément de la courbe, est un *minimum* ; ainsi, la vîtesse d'un corps mû dans une surface courbe, et qui n'est sollicité par aucune force, étant constante, il parvient d'un point à un autre, par la ligne la plus courte. On a nommé l'intégrale précédente, *action d'un corps* ; et la réunion des intégrales semblables, relatives à chaque corps d'un systême, a été nommée *action du systême*. L'économie de la nature consiste donc, suivant ces philosophes, à épargner cette action, ensorte qu'elle soit la plus petite qu'il est possible ; c'est-là ce qui constitue *le principe de la moindre action.*

Ce principe n'est au fond, qu'un résultat curieux des lois primordiales du mouvement, lois qui, comme on l'a vu, sont les plus na-

turelles et les plus simples que l'on puisse imaginer, et qui par-là, semblent découler de l'essence même de la matière. Toutes les lois mathématiquement possibles offriraient des résultats analogues ; il ne doit donc point être érigé en cause finale, et loin d'avoir donné naissance aux lois du mouvement, il n'a pas même contribué à leur découverte sans laquelle on disputerait encore, sur ce qu'il faut entendre par la moindre action de la nature.

CHAPITRE III.

De l'équilibre d'un système de corps.

LE cas le plus simple de l'équilibre de plusieurs corps, est celui de deux points matériels qui se rencontrent avec des vîtesses égales, et directement contraires. Leur impénétrabilité mutuelle, cette propriété de la matière, en vertu de laquelle deux corps ne peuvent pas occuper le même lieu au même instant, anéantit évidemment

évidemment leurs vîtesses, et les réduit à l'état du repos. Mais, si deux corps de masses différentes, viennent à se choquer avec des vîtesses opposées ; quel est le rapport des vîtesses aux masses, dans le cas de l'équilibre ? Pour résoudre ce problême, imaginons un systême de points matériels contigus, rangés sur une même droite, et animés d'une vîtesse commune, dans la direction de cette droite ; imaginons pareillement, un second systême de points matériels contigus, disposés sur la même droite, et animés d'une vîtesse commune et contraire à la précédente, de manière que les deux systêmes se choquent mutuellement, en se faisant équilibre. Il est clair que, si le premier systême n'était composé que d'un seul point matériel, chaque point du second systême éteindrait dans le point choquant, une partie de sa vîtesse, égale à la vîtesse de ce systême ; la vîtesse du point choquant doit donc être, dans le cas de l'équilibre, égale au produit de la vîtesse du second systême, par le nombre de ses points, et l'on peut substituer au premier systême, un seul point animé d'une vîtesse égale à ce produit. On peut semblablement substituer au second systême, un point matériel animé

d'une vîtesse égale au produit de la vîtesse du premier systême, par le nombre de ses points. Ainsi, au lieu des deux systêmes, on aura deux points qui se feront équilibre avec des vîtesses contraires dont l'une sera le produit de la vîtesse du premier systême par le nombre de ses points, et dont l'autre sera le produit de la vîtesse des points du second systême, par leur nombre ; ces produits doivent donc être égaux, dans le cas de l'équilibre.

La masse d'un corps est la somme de ses points matériels. On nomme *quantité de mouvement*, le produit de la masse par la vîtesse ; c'est aussi ce que l'on entend par la *force d'un corps*. Pour l'équilibre de deux corps, ou de deux systêmes de points matériels qui se choquent en sens contraire ; les quantités de mouvement ou les forces opposées doivent être égales, et par conséquent, les vîtesses doivent être réciproques aux masses.

Deux points matériels ne peuvent évidemment agir l'un sur l'autre, que suivant la droite qui les joint ; l'action que le premier exerce sur le second, lui communique une quantité de mouvement ; or, on peut concevoir le second corps sollicité par cette quan-

tité, et par une autre égale et directement opposée ; l'action du premier corps se réduit ainsi à détruire cette dernière quantité de mouvement ; mais, pour cela, il doit employer une quantité de mouvement, égale et contraire, qui sera détruite. On voit donc généralement, que dans l'action mutuelle des corps, la réaction est toujours égale et contraire à l'action. On voit encore que cette égalité ne suppose point une force particulière dans la matière ; elle résulte de ce qu'un corps ne peut acquérir du mouvement, par l'action d'un autre corps, sans l'en dépouiller ; de même qu'un vase se remplit aux dépens d'un vase plein qui communique avec lui.

L'égalité de l'action à la réaction, se manifeste dans toutes les actions de la nature ; le fer attire l'aimant, comme il en est attiré ; on observe la même chose dans les attractions et dans les répulsions électriques, dans le développement des forces élastiques, et même dans celui des forces animales ; car quelque soit le principe moteur de l'homme et des animaux ; il est constant qu'ils reçoivent par la réaction de la matière, une force égale et contraire à celle qu'ils lui communiquent, et

qu'ainsi, sous ce rapport, ils sont assujettis aux mêmes lois que les êtres inanimés.

La réciprocité des vîtesses aux masses, dans le cas de l'équilibre, sert à déterminer le rapport des masses des différens corps. Celles des corps homogènes, sont proportionnelles à leurs volumes que la géométrie apprend à mesurer; mais tous les corps ne sont pas homogènes, et les différences qui existent, soit dans leurs molécules intégrantes, soit dans le nombre et la grandeur des intervalles ou pores qui séparent ces molécules, en apportent de très-grandes entre leurs masses renfermées sous le même volume. La géométrie devient alors insuffisante pour déterminer le rapport de ces masses, et il est indispensable de recourir à la mécanique.

Si l'on conçoit deux globes de matiéres différentes, et que l'on fasse varier leurs diamètres, jusqu'à ce qu'en les animant de vîtesses égales et directement contraires, ils se fassent équilibre; on sera sûr qu'ils renfermeront le même nombre de points matériels, et par conséquent, des masses égales. On aura donc ainsi le rapport des volumes de ces substances, à égalité de masse; ensuite, à l'aide de la géo-

métrie , on en concluera le rapport des masses de deux volumes quelconques des mêmes substances. Mais cette méthode serait d'un usage très-pénible dans les comparaisons nombreuses qu'exigent à chaque instant , les besoins du commerce. Heureusement , la nature nous offre dans la pesanteur des corps , un moyen très-simple de comparer leurs masses.

On a vu dans le chapitre précédent , que chaque point matériel , dans le même lieu de la terre , tend à se mouvoir avec la même vîtesse , par l'action de la pesanteur. La somme de ces tendances est ce qui constitue le poids d'un corps ; ainsi , les poids sont proportionnels aux masses. Il suit delà , que si deux corps suspendus aux extrémités d'un fil qui passe sur une poulie , se font équilibre , lorsque les deux parties du fil , sont égales de chaque côté de la poulie ; les masses de ces corps sont égales , puisque tendant à se mouvoir avec la même vîtesse , par l'action de la pesanteur , elles agissent l'une sur l'autre , comme si elles se choquaient avec des vîtesses égales et directement contraires. On peut encore mettre les deux corps en équilibre , au moyen d'une balance dont les bras et les bassins sont par-

faitement égaux ; et alors, on sera sûr de l'égalité de leurs masses. On aura ainsi, le rapport des masses de différens corps, au moyen d'une balance exacte et sensible, et d'un grand nombre de petits poids égaux ; en déterminant à combien de ces poids elles font équilibre.

La densité d'un corps dépend du nombre de ses points matériels renfermés sous un volume donné ; elle est donc proportionnelle au rapport de la masse au volume. Si l'on avait une substance qui n'eût point de pores, sa densité serait la plus grande qu'il est possible, et en lui comparant la densité des autres corps, on aurait la quantité de matière qu'ils renferment ; mais, ne connaissant point de substances semblables, nous ne pouvons avoir que les densités relatives des corps. Ces densités sont en raison des poids sous un même volume, puisque les poids sont proportionnels aux masses ; en prenant ainsi pour unité de densité, celle d'une substance quelconque, de l'eau distillée, par exemple, à la température de la glace fondante ; la densité d'un corps sera le rapport de son poids, à celui

d'un pareil volume d'eau, rapport que l'on nomme *pesanteur spécifique.*

Ce que nous venons de dire, semble supposer que la matière est homogène, et que les corps ne diffèrent que par la figure, et la grandeur de leurs pores et de leurs molécules intégrantes ; il est possible cependant qu'il y ait des différences essentielles dans la nature même de ces molécules ; mais cela est indifférent à la mécanique qui ne considère les corps que par rapport à leurs mouvemens. On peut alors, sans craindre aucune erreur, admettre l'homogènéité de la matière ; pourvu que l'on entende par masses égales, des masses qui animées de vîtesses égales et contraires, se font équilibre.

Dans la théorie de l'équilibre et du mouvement des corps ; on fait abstraction du nombre et de la figuredes pores dont ils sont parsemés. On peut avoir égard à la différence de leurs densités respectives, en les supposant formés de points matériels plus ou moins denses, parfaitement libres dans les fluides, unis entre eux, par des droites sans masse et inflexibles dans les corps durs, flexibles et extensibles, dans les corps élastiques et mous. Il est clair que dans ces

suppositions, les corps offriraient les mêmes apparences qu'ils nous présentent.

Les conditions de l'équilibre d'un systême de corps, peuvent toujours se déterminer par la loi de la composition des forces, exposée dans le chapitre premier de ce livre ; car on peut concevoir la force dont chaque point matériel est animé, appliquée au point de sa direction, où vont concourir les directions des forces qui la détruisent, ou qui en se composant avec elle, forment une résultante qui, dans le cas de l'équilibre, est anéantie par les points fixes du systême. Considérons, par exemple, deux points matériels attachés aux extrémités d'un lévier inflexible, et supposons ces points animés de forces dont les directions soient dans le plan du lévier. En concevant ces forces réunies au point de concours de leurs directions, la résultante qui naît de leur composition, doit pour l'équilibre, passer par le point d'appui qui peut seul la détruire ; et suivant la loi de la composition des forces, les deux composantes doivent être alors réciproques aux perpendiculaires menées du point d'appui, sur leurs directions.

Si l'on imagine deux corps pesans attachés

aux extrémités d'un lévier rectiligne et inflexible, dont la masse soit supposée infiniment petite par rapport à celle des corps ; on pourra concevoir les directions parallèles de la pesanteur, réunies à une distance infinie ; dans ce cas, les forces dont chaque corps pesant est animé, ou ce qui revient au même, leurs poids doivent pour l'équilibre, être réciproques aux perpendiculaires menées du point d'appui, sur les directions de ces forces ; ces perpendiculaires sont proportionnelles aux bras du lévier ; ainsi les poids des corps en équilibre, sont réciproques aux bras du lévier, auxquels ils sont attachés.

Un très-petit poids peut donc au moyen du lévier et des machines qui s'y rapportent, faire équilibre à un poids très-considérable, et l'on peut de cette manière, soulever un énorme fardeau, avec un léger effort ; mais il faut pour cela, que le bras du lévier, auquel la puissance est appliquée, soit fort long par rapport à celui qui soutient le fardeau, et que la puissance parcoure un grand espace, pour élever le fardeau à une petite hauteur. Alors, on perd en tems, ce que l'on gagne en force, et c'est ce qui a lieu généralement dans les machines. Mais

souvent, on peut disposer du tems à volonté; tandis que l'on ne peut employer qu'une force limitée. Dans d'autres circonstances où il faut se procurer une grande vîtesse, on peut y parvenir au moyen du lévier, en appliquant la puissance, au bras le plus court. C'est dans cette possibilité d'augmenter suivant les besoins, la masse ou la vîtesse des corps à mouvoir, que consiste le principal avantage des machines.

En examinant avec attention, dans un grand nombre de cas, les conditions de l'équilibre d'un systême de corps, et les rapports de chaque force, à la vîtesse que prend le corps auquel elle est appliquée, quand l'équilibre du systême commence à se rompre; on est parvenu au principe suivant qui renferme de la manière la plus générale, les conditions de l'équilibre d'un systême de points matériels animés par des forces quelconques.

Si l'on change infiniment peu la position du systême, d'une manière compatible avec les conditions de la liaison de ses parties; chaque point matériel s'avancera dans la direction de la force qui le sollicite, d'une quantité égale à la partie de cette direction, comprise entre la

première position du point, et la perpendiculaire abaissée de la seconde position du point, sur cette direction. Cela posé : *dans le cas de l'équilibre, la somme des produits de chaque force, par la quantité dont le point auquel elle est appliquée, s'avance dans sa direction, est nulle.* C'est en cela que consiste le principe des vîtesses virtuelles, principe dont on est redevable à Jean Bernoulli ; mais pour en faire usage, il faut observer de prendre négativement, les produits que nous venons d'indiquer, relatifs aux points qui, dans le changement de position du systême, s'avancent en sens contraire de la direction de leurs forces ; il faut se rappeller encore que la force est le produit de la masse d'un point matériel, par la vîtesse qu'elle lui ferait prendre, s'il était libre.

En concevant la position de chaque point du systême, déterminée par trois coordonnées rectangles ; la somme des produits de chaque force, par la quantité dont le point qu'elle sollicite, s'avance dans sa direction, lorsqu'on fait mouvoir infiniment peu le systême, sera exprimée par une fonction linéaire des variations de toutes les coordonnées de ces points. Ces variations ont entre elles, des rapports résultans

de la liaison des parties du systême ; en réduisant donc au moyen des conditions de cette liaison, les variations arbitraires, au plus petit nombre possible, dans la somme précédente qui doit être nulle pour l'équilibre ; il faudra pour que l'équilibre ait lieu dans tous les sens, égaler séparement à zéro, le coëfficient de chacune des variations restantes ; ce qui donnera autant d'équations, qu'il y aura de ces variations arbitraires. Ces équations réunies à celles que donne la liaison des parties du systême, renfermeront toutes les conditions de son équilibre.

Considérons, par exemple, un systême de points pesans, liés entre eux d'une manière invariable, et concevons qu'il soit attaché à un point fixe autour duquel il puisse tourner librement dans tous les sens. Imaginons trois axes passant par le point fixe, et perpendiculaires entre eux ; et supposons la position de chaque point du systême, déterminée par trois coordonnées parallèles à ces axes, et l'action de sa pesanteur, décomposée suivant les directions de ces coordonnées. Si l'on fait mouvoir infiniment peu le systême, autour du premier axe; il est clair que la quantité dont chaque point

s'avance dans la direction de la force parallèle à cet axe, est nulle. La quantité dont il s'avance dans la direction de la force parallèle au second axe, est égale au produit du mouvement angulaire de rotation du systême, par la coordonnée parallèle au troisième axe; et la quantité dont il s'avance dans la direction de la force parallèle au troisième axe, est égale et d'un signe contraire au produit du mouvement angulaire de rotation du systême, par la coordonnée parallèle au second axe; ainsi, par le principe précédent, le systême sera en équilibre autour du premier axe, si la somme des produits de la masse de chaque point, par sa force parallèle au second axe, et par la coordonnée parallèle au troisième axe, est égale à la somme des produits de la masse de chaque point, par sa force parallèle au troisième axe, et par sa coordonnée parallèle au second axe.

Pour que le systême soit en équilibre, dans toutes ses situations autour du premier axe; il faut que l'égalité précédente ait lieu, quelque soient les forces parallèles au second et au troisième axe, puisqu'elle doit être indépendante de la direction de la pesanteur, par rapport à ces axes. On doit donc alors égaler

séparément zéro, chacune des deux sommes précédentes ; et comme les actions partielles de la pesanteur décomposée parallèlement à un axe quelconque, sont les mêmes pour tous les points du systême ; la somme des produits de chacun de ces points, par sa coordonnée parallèle au second ou au troisième axe, est nulle. Si la même égalité a lieu par rapport aux coordonnées parallèles au premier axe ; il est facile de voir qu'elle subsistera relativement à tout autre axe passant par le point fixe ; d'où il suit que quelque situation que l'on donne au systême, autour de ce point, il ne pourra tourner autour d'aucun axe ; il restera donc en équilibre en vertu de l'action de la pesanteur. Le point remarquable qui jouit de cette propriété, se nomme *centre de gravité* du systême ; il est tel que dans toutes les positions du systême, la résultante de tous les efforts de la gravité passe constamment par ce point.

Pour le déterminer, rapportons sa position et celle des points du systême, à trois axes fixes perpendiculaires entre eux ; l'une quelconque des coordonnées de ce centre, multipliée par la masse entière du systême, sera

égale à la somme des produits de la masse de chaque point, par sa coordonnée correspondante. Ainsi la détermination du centre de gravité, dont la pesanteur a fait naître l'idée, en est indépendante. La considération de ce centre, étendue à un système de corps pesans ou non pesans, libres ou liés entre eux d'une manière quelconque, est très-utile dans la mécanique.

CHAPITRE IV.

De l'équilibre des fluides.

On a vu dans le premier livre, que les fluides élastiques, tels que l'air, sont dus à la chaleur; et que les fluides incompressibles, tels que l'eau, sont dus à la pression et à la chaleur. Mais pour déterminer les lois de leur équilibre, nous n'avons besoin que de les considérer comme étant formés d'un nombre infini de molécules parfaitement mobiles entre elles, ensorte qu'elles cèdent à la plus petite pression qu'elles éprouvent d'un côté plutôt que d'un autre.

Il suit de cette propriété caractéristique des fluides, que la force qui anime chaque molécule de la surface libre d'un fluide en équilibre, est perpendiculaire à cette surface ; la pesanteur est donc perpendiculaire à la surface des eaux stagnantes, qui par conséquent, est horisontale.

En vertu de la mobilité de ses parties, un fluide pesant peut exercer une pression beaucoup plus grande que son poids ; un filet d'eau, par exemple, qui se termine par une large surface horisontale, presse autant la base sur laquelle il repose, qu'un cylindre d'eau, de même base et de même hauteur. Pour rendre sensible la vérité de ce paradoxe, imaginons un vase cylindrique fixe, et dont le fonds horisontal soit mobile ; supposons ce vase rempli d'eau, et son fonds maintenu en équilibre, par une force égale et contraire à la pression qu'il éprouve. Il est clair que l'équilibre subsisterait toujours, dans les cas où une partie de l'eau viendrait à se consolider et à s'unir aux parois du vase ; car en général, l'équilibre d'un systême de corps n'est point troublé, en supposant que dans cet état, plusieurs d'entr'eux viennent à s'unir ou à s'attacher

cher à des points fixes. On peut donc former ainsi une infinité de vases de figures différentes, qui tous auront même fonds et même hauteur que le vase cylindrique, et dans lesquels l'eau exercera la même pression sur le fonds mobile.

La pression qu'un fluide exerce contre une surface quelconque, est perpendiculaire à chacun de ses élémens; autrement, la molécule fluide qui lui est contiguë, glisserait par la décomposition de la pression qu'elle éprouve. Si le fluide n'agit que par son poids; sa pression entière équivaut au poids d'un prisme de ce fluide, dont la bas est égale à la surface pressée, et dont la hauteur est la distance du centre de gravité de cette surface, au plan de niveau du fluide.

Un corps plongé dans un fluide, y perd une partie de son poids, égale au poids du volume de fluide déplacé; car avant l'immersion, le fluide environnant faisait équilibre au poids de ce volume de fluide, qui, sans troubler l'équilibre, pouvait être supposé former une masse solide; la résultante de toutes les actions du fluide sur cette masse, doit donc faire équilibre à son poids, et passer par son centre de gravité; or, il est clair que ces ac-

tions sont les mêmes sur le corps qui en occupe la place ; l'action du fluide détruit donc une partie du poids de ce corps, égale au poids du volume de fluide déplacé. Ainsi les corps pèsent moins dans l'air que dans le vide ; la différence, très-peu sensible pour la plûpart, n'est point à négliger dans des expériences délicates.

On peut, au moyen d'une balance qui porte à l'extrémité d'un de ses fléaux un corps que l'on plonge dans un fluide, mesurer exactement la diminution de poids que le corps éprouve dans cette immersion, et déterminer sa pesanteur spécifique, ou sa densité relative à celle du fluide. Cette pesanteur est le rapport du poids du corps dans le vide, à la diminution de ce poids, lorsque le corps est entièrement plongé dans le fluide. C'est ainsi que l'on a déterminé les pesanteurs spécifiques des corps comparés à l'eau distillée.

Pour qu'un corps plus léger qu'un fluide, soit en équilibre à sa surface ; il faut que son poids soit égal à celui du volume de fluide déplacé. Il faut de plus, que les centres de gravité de cette portion de fluide et du corps, soient sur une même verticale ; car la résultante des

actions de la pesanteur sur toutes les molécules du corps, passe par son centre de gravité, et la résultante de toutes les actions du fluide sur ce corps, passe par le centre de gravité du fluide deplacé; ces résultantes devant être sur la même ligne, pour se détruire; les centres de gravité sont sur la même verticale.

Il existe deux états très-distincts d'équilibre; dans l'un, si l'on trouble un peu l'equilibre, tous les corps du systême, ne font que de petites oscillations autour de leur position primitive, et alors l'équilibre est *ferme* ou *stable*. Cette stabilité est absolue, si elle a lieu quelque soient les oscillations du systême; elle n est que relative, si elle n'a lieu que par rapport aux oscillations d'une certaine espèce. Dans l'autre état d'équilibre, les corps s'éloignent de plus en plus de leur position primitive, lorsqu'on vient à les en écarter. On aura une juste idée de ces deux états, en considérant une ellipse placée verticalement sur un plan horisontal. Si l'ellipse est en équilibre sur son petit axe; il est clair qu'en l ecartant un peu de cette situation, elle tend à y revenir, en faisant des oscillations que les frottemens et la résistance de l'air auront bientôt anéanties;

mais si l'ellipse est en équilibre sur son grand axe ; une fois écartée de cette situation, elle tend à s'en éloigner davantage, et finit par se renverser sur son petit axe. La stabilité de l'équilibre dépend donc de la nature des petites oscillations que le systême troublé d'une manière quelconque, fait autour de cet état. Souvent, cette recherche présente beaucoup de difficultés ; mais dans plusieurs cas, et particulièrement dans celui des corps flottans, il suffit pour juger de la stabilité de l'équilibre, de savoir si la force qui sollicite le systême un peu dérangé de cet état, tend à l'y ramener. On y parviendra relativement aux corps flottans sur l'eau, ou sur tout autre fluide, par la règle suivante.

Si par le centre de gravité de la section à fleur d'eau, d'un corps flottant ; on conçoit un axe horisontal tel que la somme des produits de chaque élément de la section, par le quarré de sa distance à cet axe, soit plus petite que relativement à tout autre axe horisontal mené par le même centre ; l'équilibre est stable dans tous les sens, lorsque cette somme surpasse le produit du volume de fluide déplacé, par la hauteur du centre de gravité

du corps, au-dessus du centre de gravité de ce volume. Cette règle est principalement utile dans la construction des vaisseaux, auxquels il importe de donner une stabilité suffisante pour résister aux efforts des tempêtes qui tendent à les submerger. Dans un vaisseau, l'axe mené de la poupe à la proue, est celui par rapport auquel la somme dont il s'agit, est un *minimum*; il est donc facile de reconnaître et de mesurer sa stabilité, par la règle précédente.

Deux fluides renfermés dans un vase, s'y disposent de manière que le plus pesant occupe le fonds du vase, et que la surface qui les sépare, est horisontale.

Si deux fluides communiquent au moyen d'un tube recourbé; la surface qui les sépare dans l'état d'équilibre, est horisontale, et leurs hauteurs au-dessus de cette surface, sont réciproques à leurs densités spécifiques. En supposant donc à toute l'atmosphère, la densité de l'air à la température de la glace fondante, et comprimé par une colonne de mercure de deux pieds et un tiers; sa hauteur serait de 23690 pieds; mais parce que la densité des couches atmosphériques diminue à mesure que l'on s'élève au-dessus de la surface de la terre, la

hauteur de l'atmosphere est beaucoup plus grande.

Pour avoir les lois générales de l'équilibre d'une masse fluide animée par des forces quelconques; nous observerons que chaque point de l'interieur de cette masse, éprouve une pression qui, dans l'atmosphère, est mesurée par la hauteur du baromètre, et qui peut l'être d'une manière semblable, pour tout autre fluide. En considérant chaque molécule, comme un parallèlepipède rectangle infiniment petit; la pression du fluide environnant sera perpendiculaire aux faces de ce parallèlepipède qui tendra à se mouvoir perpendiculairement à chaque face, en vertu de la différence des pressions que le fluide exerce sur les deux faces opposees. De ces differences de pressions, résultent trois forces perpendiculaires entr'elles, qu'il faut combiner avec les autres forces qui sollicitent la molécule fluide. Ainsi, cette molecule devant être en équilibre en vertu de toutes ces forces; le principe des vîtesses virtuelles donnera les équations générales de son équilibre, quelque soit sa position dans la masse entière. Les conditions d'intégrabilité de ces equations différentielles, feront connaître

tant de variété dans les productions terrestres, combien plus doivent différer, celles des diverses planètes et de leurs satellites ? L'imagination la plus active ne peut s'en former aucune idée, mais leur existence est très-vraisemblable.

Quoique les élémens du systême des planètes, soient arbitraires ; cependant, ils ont entr'eux, des rapports très-remarquables qui peuvent nous éclairer sur son origine. En le considérant avec attention, on est étonné de voir toutes les planètes se mouvoir autour du soleil, d'occident en orient, et presque dans le même plan ; tous les satellites en mouvement autour de leurs planètes, dans le même sens et à-peu-près dans le même plan que ces planètes; enfin, le soleil, les planètes et les satellites dont on a observé les mouvemens de rotation, tournant sur eux-mêmes, dans le sens et à-peu-près dans le plan de leurs mouvemens de projection.

Un phénomène aussi extraordinaire n'est point l'effet du hasard ; il indique une cause générale qui a déterminé tous ces mouvemens. Pour avoir une approximation de la probabilité avec laquelle cette cause est indiquée ; nous remarquerons que le systême planétaire, tel

que nous le connaissons aujourd'hui, est composé de sept planètes et de quatorze satellites; on a observé les mouvemens de rotation du soleil, de cinq planètes, de la lune, de l'anneau de Saturne et de son dernier satellite; ces mouvemens, avec ceux de révolution, forment un ensemble de trente mouvemens dirigés dans le même sens. Si l'on conçoit le plan d'un mouvement quelconque direct, couché d'abord sur celui de l'écliptique, s'inclinant ensuite à ce dernier plan, et parcourant tous les degrés d'inclinaison, depuis zéro jusqu'à la demi-circonférence; il est clair que le mouvement sera direct dans toutes les inclinaisons inférieures à cent degrés, et qu'il sera rétrograde dans les inclinaisons au-dessus; ensorte que par le changement seul d'inclinaison, on peut représenter les mouvemens directs et rétrogrades. Le système solaire, envisagé sous ce point de vue, nous offre donc ving-neuf mouvemens dont les plans sont inclinés à celui de la terre, tout au plus, du quart de la circonférence; or, en supposant que leurs inclinaisons aient été l'effet du hasard, elles auraient pu s'étendre jusqu'à la demi-circonférence; et la probabilité que l'une d'elles, au-moins, en eût surpassé le

quart, serait $1 - \frac{1}{2^{29}}$ ou $\frac{536870911}{536870912}$; il est donc extrêmement probable que la direction des mouvemens planétaires n'est point l'effet du hasard, et cela devient plus probable encore, si l'on considère que l'inclinaison du plus grand nombre de ces mouvemens à l'écliptique, est très-petite, et fort au-dessous du quart de la circonférence.

Un autre phénomène également remarquable du systême solaire, est le peu d'excentricité des orbes des planètes et des satellites, tandis que ceux des comètes, sont fort allongés ; les orbes de ce systême n'offrant point de nuances intermédiaires entre une grande et une petite excentricité. Nous sommes encore forcés de reconnaître ici, l'effet d'une cause régulière ; le hasard seul n'eût point donné une forme presque circulaire, aux orbes de toutes les planètes ; il est donc nécessaire que la cause qui a déterminé les mouvemens de ces corps, les ait rendus presque circulaires. Il faut encore que cette cause ait influé sur la grande excentricité des orbes des comètes, et, ce qui est fort extraordinaire, sans avoir influé sur les directions de leurs mouvemens ; car en regardant les orbes des comètes rétrogrades, comme étant

inclinés de plus de cent degrés, à l'écliptique, on trouve que l'inclinaison moyenne des orbes de toutes les comètes observées, approche beaucoup de cent degrés; comme cela doit être, si ces corps ont été lancés au hasard.

Ainsi l'on a, pour remonter à la cause des mouvemens primitifs du système planétaire, les cinq phénomènes suivans : 1°. les mouvemens des planètes dans le même sens, et à-peu-près dans un même plan; 2°. les mouvemens des satellites dans le même sens, à-peu-près dans le même plan que ceux des planètes; 3°. les mouvemens de rotation de ces différens corps et du soleil, dans le même sens que leurs mouvemens de projection, et dans des plans peu différens; 4°. le peu d'excentricité des orbes des planètes et des satellites; 5°. enfin, la grande excentricité des orbes des comètes, quoique leurs inclinaisons aient été abandonnées au hasard.

Buffon est le seul que je connaisse, qui, depuis la découverte du vrai système du monde, ait essayé de remonter à l'origine des planètes et des satellites. Il suppose qu'une comète, en tombant sur le soleil, en a chassé un torrent de matière qui s'est réunie au loin, en divers

de son centre de gravité, distance qui, dans l'hypothèse de l'homogènéité de cette planète, est, à-peu-près, la cent soixantième partie de son rayon. Il est infiniment peu probable que la projection primitive des planètes, des satellites et des comètes a passé exactement par leurs centres de gravité ; tous ces corps doivent donc tourner sur eux-mêmes. Par une raison semblable, le soleil qui tourne sur lui-même, doit avoir reçu une impulsion qui, n'ayant point passé par son centre de gravité, le transporte dans l'espace avec le système planétaire, à moins qu'une impulsion dans un sens contraire, n'ait anéanti ce mouvement ; ce qui n'est pas vraisemblable.

L'impulsion donnée à une sphere homogène, suivant une direction qui ne passe point par son centre, la fait tourner constamment autour du diamètre perpendiculaire au plan mené par son centre, et par la direction de la force imprimée. De nouvelles forces qui sollicitent tous ses points, et dont la résultante passe par son centre, n'altèrent point le parallèlisme de son axe de rotation. C'est ainsi que l'axe de la terre reste toujours à très-peu près, parallèle à lui-même dans sa révolution autour du soleil ; sans qu'il

soit nécessaire de supposer avec Copernic, un mouvement annuel des pôles de la terre, autour de ceux de l'écliptique.

Si le corps a une figure quelconque, son axe de rotation peut varier à chaque instant. La recherche de ces variations, quelque soient les forces qui agissent sur le corps, est le problême le plus intéressant de la mécanique des corps durs, par ses rapports avec la précession des équinoxes, et avec la libration de la lune. En le résolvant, on a été conduit à ce résultat curieux et très-utile, savoir que, dans tout corps, il existe trois axes perpendiculaires entre eux, autour desquels il peut tourner uniformément, quand il n'est point sollicité par des forces étrangères; ces axes ont été pour cela, nommés *axes principaux de rotation*.

Un corps ou un systême de corps pesans, de figure quelconque, oscillant autour d'un axe fixe et horizontal, forme un pendule composé. Il n'en existe point d'autres dans la nature, et les pendules simples dont nous avons parlé ci-dessus, ne sont que de purs concepts géométriques, propres à simplifier les objets. Il est facile d'y rapporter les pendules composés dont tous les points sont fixement attachés ensemble.

Si l'on multiplie la longueur du pendule simple dont les oscillations sont de même durée que celles du pendule composé, par la masse entière de ce dernier pendule, et par la distance de son centre de gravité à l'axe d'oscillation; le produit sera égal à la somme des produits de chaque molécule du pendule composé, par le quarré de sa distance au même axe. C'est au moyen de cette règle trouvée par Huyghens, que les expériences sur les pendules composés ont fait connaître la longueur du pendule simple qui bat les secondes.

Imaginons un pendule faisant de très-petites oscillations, et supposons qu'au moment où il est le plus éloigné de la verticale, on lui imprime une petite force perpendiculaire au plan de son mouvement; il décrira une ellipse autour de la verticale. Pour se représenter son mouvement, on peut concevoir un pendule fictif qui continue d'osciller comme l'eût fait le pendule réel sans la nouvelle force qui lui a été imprimée, tandis que ce dernier pendule oscille de chaque côté du pendule idéal, comme si ce pendule était immobile et vertical. Ainsi, le mouvement du pendule réel est le résultat

de deux oscillations simples qui existent ensemble, et qu'il est facile de déterminer.

Cette manière d'envisager les petites oscillations des corps, peut être etendue à un systême quelconque. Si l'on suppose le systême dérangé par de très-petites impulsions, de son état d'équilibre, et qu'ensuite, on vienne à lui donner de nouvelles impulsions; il oscillera par rapport aux états successifs qu'il aurait pris en vertu des premières impulsions, de la même manière qu'il oscillerait par rapport à son état d'équilibre, si les nouvelles impulsions lui étaient seules imprimees dans cet etat. Les oscillations très petites d'un systême de corps, quelque composees qu'elles soient, peuvent donc être considerées comme étant formées d'oscillations simples, par aitement semblables à celles du pendule. En effet, si l'on conçoit le systême très-peu dérangé de son état d'équilibre, ensorte que la force qui sollicite chaque corps, soit dirigée vers le point qu'il occupait dans cet état, et de plus, soit proportionnelle à sa distance à ce point; il est clair que cela aura lieu pendant l'oscillation du systême, et qu'à chaque instant, les vîtesses des différens corps seront proportionnelles à leur distances

à la position d'équilibre ; ils arriveront donc tous au même instant à cette position, et ils oscilleront de la même manière qu'un pendule simple. Mais l'état de dérangement que nous venons de supposer au systême, n'est pas unique. Si l'on éloigne un des corps, de sa position d'équilibre, et que l'on cherche les positions des autres corps qui satisfont aux conditions précédentes ; on parvient à une équation d'un degré égal au nombre des corps du systême ; ce qui donne autant d'oscillations simples., qu'il y a de corps. Concevons au systême, la première de ces oscillations ; et à un instant quelconque, éloignons par la pensée, tous les corps de leur position, proportionnellement aux quantités relatives à la seconde oscillation simple. En vertu de la coexistence des oscillations, le systême oscillera par rapport aux états successifs qu'il aurait eu par la première oscillation simple, comme il aurait oscillé par la seconde seule, autour de son état d'équilibre ; son mouvement sera donc formé des deux premières oscillations simples. On peut semblablement combiner avec ce mouvement, la troisième oscillation simple ; et en continuant ainsi de combiner toutes ces oscillations, de la manière la plus

générale , on représentera tous les mouvemens possibles du systême.

Delà résulte un moyen facile de reconnaître la stabilité absolue de son équilibre. Si dans toutes les positions relatives à chaque oscillation simple, les forces qui sollicitent les corps, tendent à les ramener à l'état d'équilibre, cet état sera stable ; il ne le sera pas, ou il n'aura qu'une stabilité relative, si dans quelqu'une de ces positions, les forces tendent à en éloigner les corps.

Il est visible que cette manière d'envisager les mouvemens très-petits d'un systême, peut s'étendre aux fluides eux-mêmes dont les oscillations sont le résultat d'oscillations simples existantes à-la-fois, et souvent en nombre infini.

On a un exemple sensible de la coexistence des oscillations très-petites, dans les ondes. Quand on agite légèrement un point de la surface d'une eau stagnante, on voit des ondes circulaires se former et s'étendre autour de lui. En agitant la surface dans un autre point, de nouvelles ondes se forment et se mêlent avec les premières ; elles se superposent à la surface agitée par les premières ondes, comme elles se seraient

seraient disposées sur cette surface tranquille ; ensorte qu'on les distingue parfaitement dans leur mêlange. Ce que l'œil apperçoit relativement aux ondes, l'oreille le sent par rapport aux sons ou aux vibrations de l'air, qui se propagent simultanément sans s'altérer, et font des impressions très-distinctes.

Le principe de la coexistence des oscillations simples, que l'on doit à Daniel Bernoulli, est un de ces résultats généraux qui intéressent par la facilité qu'ils donnent à l'imagination, de se représenter les phénomènes et leurs changemens successifs. On peut aisément le déduire de la théorie analytique des petites oscillations d'un système. Elles dépendent d'équations différentielles linéaires dont les intégrales complètes sont la somme des intégrales particulières. Ainsi, les oscillations simples se superposent les unes aux autres, pour former le mouvement du système ; comme les intégrales particulières qui les représentent, s'ajoutent ensemble pour former les intégrales complètes. Il est intéressant de suivre ainsi dans les phénomènes de la nature, les vérités intellectuelles de l'analyse. Cette correspondance dont le système du monde nous offrira de nombreux

exemples, fait l'un des plus grands charmes attachés aux spéculations mathématiques.

Il est naturel de ramener à un principe général, les lois du mouvement des corps; comme on a renfermé dans le seul principe des vîtesses virtuelles, les lois de leur équilibre. Pour y parvenir, considérons le mouvement d'un système de corps agissans les uns sur les autres, sans être sollicités par des forces accélératrices. Leurs vîtesses changent à chaque instant; mais on peut concevoir chacune de ces vîtesses à un instant quelconque, comme étant composée de celle qui a lieu dans l'instant suivant, et d'une autre vîtesse qui doit être détruite au commencement de ce second instant. Si cette vîtesse détruite était connue, il serait facile par la loi de la décomposition des forces, d'en conclure la vîtesse des corps au second instant; or, il est clair que si les corps n'eussent été animés que de vîtesses détruites, ils se seraient fait mutuellement équilibre. Ainsi, les lois de l'équilibre donneront les rapports des vîtesses perdues, et il sera facile d'en conclure les vîtesses restantes et leurs directions; on aura donc par l'analyse infinitésimale, les variations

successives du mouvement du système, et sa position à tous les instans.

Il est clair que si les corps sont animés de forces accélératrices, on pourra toujours employer la même décomposition des vîtesses ; mais alors, l'equilibre doit avoir lieu entre les vîtesses détruites et ces forces.

Cette manière de ramener les lois du mouvement à celles de l'équilibre, dont on est principalement redevable à d'Alembert, est générale et très-lumineuse. On aurait lieu d'être surpris qu'elle ait échappé aux geomètres qui s'étaient occupés avant lui, de dynamique ; si l'on ne savait pas que les idées les plus simples sont presque toujours celles qui s'offrent les dernières à l'esprit humain.

Il restait encore à unir le principe que nous venons d'exposer, à celui des vîtesses virtuelles, pour donner à la mécanique, toute la perfection dont elle paraît susceptible. C'est ce que Lagrange a fait, et par ce moyen, il a réduit la recherche du mouvement d'un système quelconque de corps à l'intégration d'équations différentielles ; alors, l'objet de la mécanique est rempli, et c'est à l'analyse pure, à achever la solution des problêmes.

Voici la manière la plus simple de former ces équations.

Si l'on imagine trois axes fixes perpendiculaires entre eux ; et qu'à un instant quelconque, on décompose la vîtesse de chaque point matériel d'un systême de corps, en trois autres parallèles à ces axes ; on pourra considérer chaque vîtesse partielle, comme étant uniforme pendant cet instant ; on pourra ensuite concevoir à la fin de l'instant, le point animé parallèlement à l'un de ces axes, de trois vîtesses, savoir, de sa vîtesse dans cet instant, de la petite variation qu'elle reçoit dans l'instant suivant, et de cette même variation appliquée en sens contraire. Les deux premières de ces vîtesses subsistent dans l'instant suivant ; la troisième doit donc être détruite par les forces qui sollicitent le point, et par l'action des autres points du systême. Ainsi, en concevant les variations instantanées des vîtesses partielles de chaque point du systême, appliquées à ce point, en sens contraire ; le systême doit être en équilibre en vertu de toutes ces variations et des forces qui l'animent. On aura par le principe des vîtesses virtuelles, les équations de cet équilibre ; et en les combinant avec celles de la

liaison des parties du systême, on aura les équations différentielles du mouvement de chacun de ses points.

Il est visible que l'on peut ramener de la même manière, les lois du mouvement des fluides, à celles de leur équilibre. Dans ce cas, les conditions relatives à la liaison des parties du systême, se réduisent à ce que le volume d'une molécule quelconque du fluide reste toujours le même, si le fluide est incompressible, et qu'il dépende de la pression, suivant une loi donnée, si le fluide est élastique et compressible. Les équations qui expriment ces conditions et les variations du mouvement du fluide, renferment les différences partielles des coordonnées de la molécule, prises soit par rapport au tems, soit par rapport aux coordonnées primitives. L'intégration de ce genre d'équations offre de grandes difficultés, et l'on n'a pu y réussir encore, que dans quelques cas particuliers relatifs au mouvement des fluides pesans dans des vases, à la théorie du son, et aux oscillations de la mer et de l'atmosphère.

La considération des équations différentielles du mouvement d'un systême de corps, a fait

découvrir plusieurs principes généraux de mécanique, très-utiles, et qui sont une extension de ceux que nous avons presentés sur le mouvement d'un point, dans le chapitre second de ce livre.

Un point matériel se meut uniformément en ligne droite, s'il n'éprouve pas l'action de causes étrangères. Dans un systême de corps qui agissent les uns sur les autres, sans éprouver l'action de causes extérieures, le centre commun de gravité se meut uniformément en ligne droite, et son mouvement est le même que si tous les corps étant supposés réunis à ce point, toutes les forces qui les animent, lui étaient immédiatement appliquées; ensorte que la direction et la quantité de leur résultante, restent constamment les mêmes.

On a vu que le rayon vecteur d'un corps sollicité par une force dirigée vers un point fixe, décrit des aires proportionnelles aux tems. Si l'on suppose un systême de corps agissans les uns sur les autres d'une manière quelconque, et sollicités par une force dirigée vers un point fixe; si de ce point, on mène à chacun d'eux, des rayons vecteurs que l'on projette sur un plan invariable passant par

ce point ; la somme des produits de la masse de chaque corps, par l'aire que trace la projection de son rayon vecteur, est proportionnelle au tems. C'est en cela que consiste le principe de *la conservation des aires*.

On nomme *force vive* d'un systême de corps, la somme des produits de la masse de chaque corps, par le quarré de sa vîtesse. Lorsqu'un corps se meut sur une ligne ou sur une surface, sans éprouver d'action étrangère ; sa force vive est toujours la même, puisque sa vîtesse est constante. Si les corps d'un systême n'éprouvent d'autres actions, que leurs tractions et pressions mutuelles, soit immédiatement, soit par l'entremise de verges et de fils inextensibles et sans ressort ; la force vive du systême sera constante, dans le cas même où plusieurs de ces corps seraient astreints à se mouvoir sur des lignes ou sur des surfaces courbes C'est le principe de la conservation des forces vives.

Dans le mouvement d'un point sollicité par des forces quelconques, la variation de la force vive est égale à deux fois la somme des produits de la masse du point, par chacune des forces accélératrices multipliées respectivement par les quantités élémentaires dont le point

s'ayance vers leurs origines. Dans le mouvement d'un systême quelconque, le double de la somme de tous ces produits, est la variation de la force vive du systême.

Quand la force vive atteint son *maximum*, ou son *minimum*, cette variation est nulle ; le systême serait donc, par l'énoncé du principe des vîtesses virtuelles, en équilibre dans cette position, en vertu des forces accélératrices dont il est animé ; ainsi de toutes les situations que prend successivement le systême ; celle où il a la plus grande ou la plus petite force vive, est la situation où il resterait en équilibre. Il y a même cela de remarquable, savoir, que si dans cette situation, la force vive est constamment un *maximum*, quelque soient les vîtesses des corps, lorsqu'ils y parviennent, l'équilibre est stable ; il ne l'est pas, si la force vive y est constamment un *minimum*. Cela suit évidemment de ce que nous avons dit ci-dessus, relativement aux oscillations simples d'un systême de corps.

Enfin, on a vu dans le second chapitre, que la somme des intégrales du produit de la masse de chaque corps d'un systême, par sa vîtesse et par l'élément de la courbe qu'il décrit, est *minimum* ; un ce qui constitue le principe de la

moindre action, principe qui diffère de ceux du mouvement uniforme du centre de gravité, de la conservation des aires et des forces vives, en ce que ces principes sont de véritables intégrales des équations différentielles du mouvement des corps; au lieu que celui de la moindre action, n'est qu'une combinaison singulière de ces mêmes équations.

On doit faire une remarque importante sur l'étendue de ces divers principes; celui du mouvement uniforme du centre de gravité d'un systême de corps, et le principe de la conservation des aires, subsistent dans le cas même où par l'action mutuelle des corps, il survient des changemens brusques dans leurs mouvemens, et cela rend ces principes très-utiles dans plusieurs circonstances; mais le principe de la conservation des forces vives, et celui de la moindre action, exigent que les variations des mouvemens du systême se fassent par nuances insensibles.

Si le systême éprouve des changemens brusques, par l'action mutuelle de corps, ou par la rencontre d'obstacles; la force vive reçoit à chacun de ces changemens, une diminution égale à la somme des produits de chaque masse

multipliée par la somme des quarrés des variations que ce changement fait éprouver à sa vîtesse décomposée parallement à trois axes quelconques perpendiculaires entre eux.

Tous ces principes subsisteraient encore, eu égard au mouvement relatif des corps du système, s'il était emporté d'un mouvement général et commun aux foyers des forces que nous avons supposés fixes. Ils ont pareillement lieu, dans le mouvement relatif des corps sur la terre; car il est impossible, comme nous l'avons déjà observé, de juger du mouvement absolu d'un systême de corps, par les seules apparences de son mouvement relatif.

Fin du premier volume.

TABLE

DES MATIÈRES

Du premier volume.

Avertissement. Page 5.

Introduction. 7.

LIVRE PREMIER.

Des mouvemens apparens des corps célestes. 9.

Chapitre Premier. *Du mouvement diurne du ciel.* id.

Chap. II. *Du soleil et de son mouvement propre.* 14.

Chap. III. *Du tems et de sa mesure.* 33.

Chap. IV. *Du mouvement de la lune, de ses phases et des éclipses.* 42.

Chap. V. *Des planètes, et en particulier, de Mercure et de Vénus.* 63.

CHAP. VI. *De Mars.* page 70.

CHAP. VII. *De Jupiter et de ses satellites.* 73.

CHAP. VIII. *De Saturne, de ses satellites, et de son anneau.* 78.

CHAP. IX. *D'Uranus et de ses satellites.* 84.

CHAP. X. *Des comètes.* 86.

CHAP. XI. *Des étoiles et de leurs mouvemens.* 87.

CHAP. XII. *De la figure de la terre, et de la variation de la pesanteur à sa surface.* 98.

CHAP. XIII. *Du flux et du reflux de la mer.* 133.

CHAP. XIV. *De l'atmosphère terrestre, et des réfractions astronomiques* 144.

LIVRE SECOND.

Des mouvemens réels des corps célestes. 169.

CHAPITRE PREMIER. *Du mouvement de rotation de la terre.* page 170.

CHAP. II. *Du mouvement des planètes, autour du soleil.* 175.

CHAP. III. *Du mouvement de la terre, autour du soleil* 179.

CHAP. IV. *Des apparences dues aux mouvemens de la terre.* 191.

CHAP. V. *De la figure des orbes des planètes, et des lois de leur mouvement autour du soleil.* 198.

Tableau du mouvement elliptique des planètes. 207.

CHAP. VI. *De la figure des orbes des comètes, et des lois de leur mouvement autour du soleil.* 212.

CHAP. VII. *Des lois du mouvement des satellites, autour de leurs planètes.* 223.

LIVRE TROISIÈME.

Des lois du mouvement. 238.

CHAPITRE PREMIER. *Des forces et de leur composition.* 239.

CHAP. II. *Du mouvement d'un point matériel.* page 243.

CHAP. III. *De l'équilibre d'un système de corps.* 272.

CHAP. IV. *De l'équilibre des fluides.* 287.

CHAP. V. *Du mouvement d'un système de corps.* 295.

Fin de la table.

BIBLIOTHÈQUE NATIONALE R.F.